

## РОЗДІЛ 1. АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ В ШКОЛІ ТА ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ РІЗНИХ РІВНІВ АКРЕДИТАЦІЇ

УДК 378.147.091.31 - 059.1

О.В. Віхрова

Н.О. Зінонос

Криворізький національний університет

### МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ ІНОЗЕМНИХ СТУДЕНТІВ НА ПІДГОТОВЧИХ ФАКУЛЬТЕТАХ ВІТЧИЗНЯНИХ ВУЗІВ

*У статті розкриваються методичні особливості навчання математики іноземних студентів підготовчих відділень. Визначені основні умови ефективності навчального процесу, до яких відносяться: спеціальна підготовка викладачів математики, наявність адаптованого навчально-методичного комплексу, обов'язкова вхідна діагностика учбових досягнень студентів-іноземців та проаналізовано методичні принципи, які необхідно враховувати в процесі роботи на підготовчих відділеннях університетів. Навчання математики іноземних студентів на підготовчому відділенні – це досить складний процес, який відбувається в умовах біологічної, педагогічної та соціокультурної адаптації студентів до нового середовища, паралельно з опануванням ними мови навчання. Викладачу необхідно враховувати методичні особливості цього процесу – це підвищить його ефективність та підготує студентів до свідомого сприйняття навчального матеріалу.*

**Ключові слова:** методичні особливості, навчання математики, студенти-іноземці, підготовче відділення університету.

**Постановка проблеми.** Міжнародні зв'язки в освітній галузі є складовою частиною зовнішньополітичної діяльності держави, однією з форм міжнародного розділення праці. Загальною метою міжнародної діяльності нашої країни в галузі освіти є її інтеграція як рівноправного партнера у світову освітню спільноту, вдосконалення та підвищення авторитету національної системи освіти з урахуванням міжнародного досвіду. Так, Законом України «Про вищу освіту» передбачається вихід на ринок світових освітніх послуг, тому проблема вдосконалення системи підготовки фахівців для зарубіжних країн набуває особливого значення.

**Аналіз актуальних досліджень.** Проблема навчання іноземних студентів досліджувалась як вітчизняними, так і зарубіжними науковцями. Вчені американського інституту Міжнародної освіти (Е. Волкер, С. Сполдінг, М.Г. Флек та ін.) дослідили історію навчання іноземних студентів в американських навчальних закладах з колоніальних часів до сучасності, визначивши основні тенденції впливу підготовки фахівців для зарубіжних країн на розвиток освіти в США. Значний внесок у розробку питань підготовки іноземних спеціалістів у радянські часи зробили К.С. Балакірян, М.П. Голубєв, М.О. Іванова, І.О. Мілованова, Т.Б. Невежіна, Л.І. Соколенко та ін. Більшість досліджень російських вчених у цій галузі стосується проблеми вивчення російської мови як іноземної (О.Ю. Іскандаров, І.Г. Чуксіна); питань практичних розробок навчання загальнонауковим та загально професійним дисциплінам на нерідній мові (М.Я. Молотков, Л.В. Макаренкова, Л.І. Соколова). Алєєва Г.Я., досліджуючи проблему адаптації іноземних студентів до навчально-інформаційного середовища вузу засобами інформаційних технологій, виділяє систему методичних принципів та технологічних засобів організації процесу адаптації при вивченні інтегрованого курсу «Науковий стиль мовлення». У дослідженні О.І. Суригіна довузівська підготовка студентів-іноземців розглядається як цілісна педагогічна система; робота Хачатурової О.Т. присвячена формуванню математичної компетентності іноземних студентів технічних спеціальностей у російських вузах; загальну характеристику процесу довузівського навчання іноземних студентів інженерних спеціальностей у контексті

проблеми формування готовності студентів-іноземців до навчання у російських вузах розкрито у дослідженні Куришевої Л.О.

За останні роки в Україні було захищено ряд дисертацій з даної проблематики. Зокрема, це дослідження Булгакової Н.Б., присвячене проблемі підготовки іноземних громадян по природничо-науковим дисциплінам у технічному університеті, дисертаційне дослідження В.І. Тарасенко щодо формування професійно-комунікативної компетенції іноземних студентів-русистів в умовах міжпредметної координації; робота О.О. Тетяниченко, яка спрямована на вивчення педагогічних умов спілкування з іноземними студентами в процесі навчання; дисертація Л.В. Хаткової, орієнтована на пошук шляхів активізації пізнавальної діяльності студентів-іноземців підготовчого факультету. Формування комунікативної компетенції іноземних студентів у процесі довузівського навчання досліджено Т. І. Дементьєвою. Історію та організацію підготовки студентів-іноземців у навчальних закладах України за період з 1946 по 2000 рік висвітлено в дослідженні Л.І. Рибаченко, психологічні умови формування іншомовної текстової діяльності іноземних студентів розкрито у дисертаційному дослідженні О. О. Євдокимової.

Розкриваючи шляхи підвищення ефективності навчання іноземних студентів, дослідники відмічають, що їх успішній підготовці у вищій школі сприятиме розв'язування проблеми адаптації студентів до нових умов навчання і життя. Актуальність цієї проблеми визначається задачами подальшого вдосконалення методики підготовки іноземних громадян у навчальних закладах України, особливо на початковому етапі навчання. Специфіка роботи в іноземній аудиторії на довузівському етапі навчання, характерними рисами якого є навчання на нерідній мові з паралельним оволодінням цією мовою, навчання з орієнтацією на майбутню професійну діяльність, навчання в умовах соціокультурної та біологічної адаптації, вимагає удосконалення структури навчального процесу. Це стосується як викладання мови (української або російської) так і навчання природничо-математичних дисциплін, зміст яких потребує ретельного відбору та впорядкування, а методика – орієнтації на тематичну корекцію навчального матеріалу у відповідності з рівнем освіти, отриманої студентами на батьківщині та рівнем, необхідним для подальшого навчання.

**Метою** даної роботи є розкриття методичних особливостей навчання математики студентів-іноземців на підготовчих відділеннях в університетах.

**Виклад основного матеріалу.** Ефективність навчання математики іноземних студентів на довузівському етапі визначається багатьма чинниками: вихідним рівнем математичної підготовки студентів, психічним станом у адаптаційний період, здатністю засвоювати навчальну інформацію на мові навчання, темпом опанування програмовим матеріалом. Тому навчальний процес на підготовчих відділеннях університетів повинен будуватися з урахуванням методичних принципів:

- цілісності – мета навчання на нерідній мові може бути досягнута тільки в поєднанні її мовного, предметного та адаптаційного компонентів;
- системності та послідовності – створення оптимальних умов для формування комунікативної компетентності в усіх аспектах навчання з одночасною корекцією системи предметних знань;
- диференційованості – процес навчання на довузівському етапі є багаторівневим, розрахованим на різний рівень підготовленості іноземних студентів і до опанування мови і до вивчення математики цією мовою;
- особистісно-орієнтованого підходу до навчання – всі методичні рішення в навчальному процесі приймаються з урахуванням особистості тих, хто навчається - їх потреб, здібностей та активності;
- наступності та перспективності – опора на знання, вміння та навички, отримані раніше, в країні попереднього навчання та орієнтація на майбутню професійну діяльність іноземних студентів [1].

Безумовно, в роботі з іноземними студентами важливого значення набуває підготовча діяльність самих викладачів, спрямована, перш за все, на ознайомлення з програмами, наявною навчально-методичною літературою з математики країн попереднього навчання студентів. Необхідним і досить вагомим, на наш погляд, етапом підготовчої роботи викладача є порівняльний аналіз методичної системи навчання математики вітчизняної школи з системами математичної освіти країн, з яких приїждять на навчання студенти.

Враховуючи різний рівень математичної підготовки студентів-іноземців та різні темпи навчаємості, необхідною складовою початкового етапу є діагностика навчальних досягнень, яка передбачає вхідне тестування з математики (на рідній мові, або мові-посереднику), а також вхідне анкетування. Тестування дозволить визначити початковий рівень математичної компетентності іноземних студентів, що сприятиме відбору змісту предметної підготовки, способів формування позитивної стійкої мотивації навчально-пізнавальної діяльності на заняттях з математики, визначенню відповідного програмно-методичного забезпечення процесу навчання. Анкетування сприятиме створенню оптимальних умов соціально-психологічної та педагогічної адаптації іноземних студентів у новому середовищі.

Більшість дослідників, які займалися проблемою навчання іноземних студентів відмічають, що необхідною умовою їх успішного навчання на підготовчому відділенні, є наявність спеціальної методичної та навчальної літератури (підручників, методичних посібників, збірників задач тощо), створеної саме для такої групи студентів [2; 3]. Та література, якою доводиться користуватися на практиці, перевантажена великими пояснювальними текстами, зміст яких, не зважаючи на його науковість, не є доступним для опанування іноземними студентами, особливо на перших етапах навчання. Тому подача навчального матеріалу, вже знайомого студентам, має бути здійснена невеликими порціями з мінімальним обсягом математичної лексики (принцип мінімізації), із заучуванням необхідних для подальшого засвоєння навчального матеріалу мовних конструкцій, які у процесі їх багатократного повторення, стають базовими. На цьому етапі ефективним є розробка та впровадження навчальних словників, що забезпечують суттєву стабілізацію міжмовного спілкування. Ці словники суттєво економлять час, який дуже необхідний, особливо на перших заняттях. Використання словників має свої позитивні сторони – переклад основних лінгвістичних та базових математичних термінів робить процес засвоєння матеріалу з природничо-математичних дисциплін, що вивчається, свідомим і формує основи його системного сприйняття. Застосування словників сприяє більш активній роботі іноземних студентів на занятті, що полегшує розуміння та засвоєння предмету. На наш погляд, крім вербальної основи формування математичних знань іноземних студентів доцільне застосування наочно-образної форми представлення навчального матеріалу. З власної практики можемо засвідчити, що вдалим є використання тематичного «картинного словника» – сукупності математичних об'єктів, об'єднаних змістово-методичною лінією, поданих в ілюстративній формі з їх назвою обов'язково двома мовами (мовою навчання та англійською або французькою).

Традиційний дидактичний принцип поступового ускладнення навчального матеріалу в практиці роботи зі студентами-іноземцями на підготовчому відділенні набуває нового змісту. Поступове розширення математичної лексики та мовних конструкцій сприяє прискоренню темпу вивчення математичного матеріалу та збільшенню обсягу математичних знань.

**Висновки.** Таким чином, навчання математики іноземних студентів на підготовчому відділенні – це досить складний процес, який відбувається в умовах біологічної, педагогічної та соціокультурної адаптації студентів до нового середовища, паралельно з опануванням ними мови навчання. Врахування методичних особливостей цього процесу підвищить його

ефективність та підготує студентів до свідомого сприйняття лекцій з вищої математики на першому курсі обраного вузу.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Алеева А.Я. Методика адаптации иностранных студентов к учебно-информационной среде вуза посредством информационных технологий: дис. кандидата пед. наук: спец. 13.00.02 – Теория и методика обучения информатики, 13.00.08 – Теория и методика профессионального образования / Анна Алеева. – Тамбов – Тамбовский государственный технический университет, 2000. – 212с.
2. Булгакова Н.Б. Пропедевтическая подготовка в техническом вузе. / Наталия Булгакова. – К. : КМУГА, 1999. – 177с.
3. Сурыгин А.И. Проблемы педагогического проектирования системы предвузовского обучения иностранных учащихся / Александр Игоревич Сурыгин // Актуальные вопросы обучения иностранных студентов. – Воронеж: РЦМАДС ВГУ, 1998. – 123с.
4. Хинчин А.Я. Педагогические статьи: Вопросы преподавания математики. Борьба с методическими штампами / Александр Яковлевич Хинчин. Серия «Психология, педагогика, технология обучения». 2-е изд. – М.: КомКнига, 2006. – 208с.

#### РЕЗЮМЕ

**Вихрова Е.В., Зинонос Н.А. Методические особенности обучения математике иноязычных студентов на подготовительных факультетах отечественных вузов.** В статье раскрываются особенности обучения математике иностранных студентов подготовительных отделений. Определены основные условия эффективности учебного процесса, к которым относятся: специальная подготовка преподавателей математики, наличие адаптированного учебно-методического комплекса, обязательная входная диагностика учебных достижений студентов-иностранцев и проанализировано методические принципы, которые необходимо использовать в процессе работы на подготовительных отделениях университетов. Обучение математике иностранных студентов на подготовительном отделении – это достаточно сложный процесс, который происходит в условиях биологической, педагогической и социокультурной адаптации студентов к новой среде, параллельно с освоением ими языка обучения. Преподавателю необходимо учитывать методические особенности этого процесса – это повысит его эффективность и подготовит студентов к сознательному восприятию учебного материала.

**Ключевые слова:** методические особенности, обучение математике, студенты-иностранцы, подготовительное отделение.

#### SUMMARY

**O. Vikhrova, N. Zynonos. Methodical specifics of teaching mathematics to foreign students at the preparation departments of Ukrainian universities.** Methodical specifics of teaching mathematics to foreign students at the preparation departments are considered in the article. Fundamental conditions of the teaching process efficiency that include: special training of mathematics teachers, presence of the adapted educational and methodical complex, compulsory inward diagnostics of foreign students' studying achievements and methodical principles that should be taken into consideration in the teaching process at the universities preparation departments are analyzed. Teaching mathematics to foreign students at the preparation department is quite a challenging process that takes place in the conditions of biological, pedagogical and socio cultural adaptation of students to a new environment that goes together with mastering by them the teaching language. A teacher should take into consideration methodical peculiarities of this process – it will enhance its efficiency and prepare students for conscious perception of the studied material.

**Key words:** methodical specifics, foreign students, teaching mathematics, university preparation department.

УДК 511:378.147

Т.В. Дідківська

І.А. Сверчевська

Житомирський державний університет імені Івана Франка

### ВИЗНАЧНІ ІСТОРИЧНІ ЗАДАЧІ З ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ

Пропонується система визначних історичних задач для вивчення курсу «Теорія чисел» з розділів: подільність, ділення з остачею, прості та складені числа, спеціальні прості числа, ланцюгові дроби та діофантові рівняння. Це задачі математиків XII – XX ст., збережені історією. Наводяться авторські та сучасні розв'язання. Рекомендується література для самостійної роботи студентів. Запропоновані авторами історичні задачі доцільно використовувати поряд з іншими задачами з теорії чисел, які розв'язуються при навчанні цього курсу. Така робота, на думку авторів, дає можливість познайомитися з цікавими та нетрадиційними методами розв'язування задач видатними математиками і запропонувати свої розв'язання.

Розв'язування історичних задач розвиває творчі здібності, породжує мисленеву активність студентів, дає можливість відчувати красу наукового пошуку.

**Ключові слова:** історія математики, визначні задачі, предметна компетентність, теорія чисел, подільність, ділення з остачею, прості та складені числа, ланцюгові дроби, діофантові рівняння.

**Постановка проблеми.** Успішне вивчення історії математики передбачає володіння студентами основами фундаментальних математичних дисциплін. Для здобуття якісних знань з цих предметів доцільно залучати елементи історії математики вже на молодших курсах. Один зі шляхів – розв'язування історичних задач. Історичні екскурси, які при цьому розглядаються, підвищують інтерес до вивчення предмету. Розв'язання цих задач різними методами (як авторськими, так і сучасними) розвиває творчі здібності, породжує мисленеву активність. А вся робота над визначними історичними задачами формує предметну компетентність, що характеризує освічену людину.

Нами проведено дослідження можливостей залучення історичних задач при навчанні студентів теорії чисел та пропонуються історичні задачі відповідно класифікації: подільність, ділення з остачею; прості та складені числа; спеціальні прості числа; ланцюгові дроби та діофантові рівняння. Наведено авторські й сучасні розв'язання історичних задач.

**Мета статті** – продемонструвати застосування історичних задач в ході вивчення курсу «Теорія чисел».

**Виклад основного матеріалу.**

**Тема «Подільність. Ділення з остачею»**

**1) Задача Леонардо Пізанського** (близько 1170-після 1228) [3, с. 289]

Один говорить другому: «Дай мені 7 динаріїв, і я буду в 5 разів багатший за тебе». А другий говорить: «Дай мені 5 динаріїв, і я буду в 7 разів багатший за тебе». Скільки у кожного?

Авторське розв'язання.

У першого  $5y - 7$  динаріїв, у другого  $y + 7$  динаріїв. Перша умова виконується. Якщо перший дасть другому 5 динаріїв, то утвориться рівність:  $y + 7 + 5 = 7(5y - 12)$ ,  $y = 2\frac{14}{17}$ . У другого  $2\frac{14}{17} + 7 = 9\frac{14}{17}$ . У першого  $5 \cdot 2\frac{14}{17} - 7 = 7\frac{2}{17}$ .

Сучасне розв'язання.

За умовою задачі складаємо систему:

$$\begin{cases} x + 7 = 5(y - 7) \\ y + 5 = 7(x - 5) \end{cases}$$

Розв'язуючи систему отримуємо  $x = 7\frac{2}{17}$ ;  $y = 9\frac{14}{17}$ .

Відповідь: у першого  $7\frac{2}{17}$  динарія, у другого –  $9\frac{14}{17}$  динарія.

**2) Задача Франца ван-Скаутена** (1615-1660). Голандський математик – автор твору «Математичні етюди», де розглядалася ця задача [3, с. 440].

Знайти кількість дільників числа  $m = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$ , де  $p_i$  – прості числа [2, с.41].

Розв'язання. Всі дільники цього числа мають вигляд  $m = p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} \dots p_k^{\beta_k}$ , де  $0 \leq \beta_i \leq \alpha_i$ . Щоб знайти кількість дільників, підрахуємо кількість усіх можливих комбінацій для  $\beta_i$ . Оскільки  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  приймають відповідно  $\alpha_1 + 1, \alpha_2 + 1, \dots, \alpha_k + 1$  значень, то кількість дільників

$$\tau(m) = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_k + 1).$$

**3) Задача Джона Валліса** (1616-1703). Основна праця англійського математика Джона Валліса «Арифметика нескінченного» зіграла важливу роль в передісторії



інтегрального числення. Валліс знайшов вираз для числа  $\pi$  у вигляді нескінченного добутку та ввів загальноприйнятий знак для нескінченності [3, с. 82].

Знайти суму всіх дільників числа  $m = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$ , де  $p_1, p_2, \dots, p_k$  – прості числа [2, с. 41].

*Розв'язання.* Очевидно, що сума дільників

$$S(m) = (1 + p_1 + p_1^2 + \dots + p_1^{\alpha_1})(1 + p_2 + p_2^2 + \dots + p_2^{\alpha_2}) \dots (1 + p_k + p_k^2 + \dots + p_k^{\alpha_k})$$

. Сумуючи кожний множник, маємо:  $S(m) = \frac{p_1^{\alpha_1+1} - 1}{p_1 - 1} \cdot \frac{p_2^{\alpha_2+1} - 1}{p_2 - 1} \dots \frac{p_k^{\alpha_k+1} - 1}{p_k - 1}$ .

#### 4) Задача Блеза Паскаля (1623-1662) [3, с. 372].

Знайти загальну ознаку подільності на натуральне число [2, с. 41].

*Авторське розв'язання.*

Нехай при діленні 10 на число  $n$  отримуємо остачу  $r_1$ , при діленні  $10r_1$  на  $n$  – остача  $r_2$ , при діленні  $10r_2$  на  $n$  – остача  $r_3$  і так далі. Якщо дане число, наприклад тризначне, буде мати вигляд  $\overline{abc}$ , де  $a, b, c$  – цифри сотень, десятків, одиниць, то загальна ознака подільності цього числа на  $n$  наступна.

Якщо  $c + br_1 + ar_2$  ділиться на  $n$ , то на  $n$  ділиться і число  $\overline{abc}$ . Доведемо. Нехай  $10 = nq_1 + r_1$ ,  $10^2 = 10nq_1 + 10r_1$ ,  $10r_1 = nq_2 + r_2$ . Тоді

$$\begin{aligned} c + br_1 + ar_2 &= c + b(10 - nq_1) + a(10r_1 - nq_2) = \\ &= c + 10b + 100a - n(bq_1 + 10aq_1 + anq_2). \end{aligned}$$

Отже,  $c + 10b + 100a$  ділиться на  $n$ .

*Сучасне розв'язання.*

Нехай систематичний запис числа:

$N = a_n q^n + a_{n-1} q^{n-1} + \dots + a_1 q + a_0$ , де  $q$  – основа системи числення,  $a_i$  – цифри.

Доведемо ознаку подільності на  $m$ . Маємо:  $q \equiv r_1 \pmod{m}$ ,

$q^2 \equiv r_2 \pmod{m}$ , ...,  $q^n \equiv r_n \pmod{m}$ . Розглянемо наступні порівняння  $a_0 \equiv a_0 \pmod{m}$ ,  $a_1 q \equiv a_1 r_1 \pmod{m}$ , ...,  $a_n q^n \equiv a_n r_n \pmod{m}$ , додавши їх, одержимо  $N \equiv a_n r_n + \dots + a_1 r_1 + a_0 \pmod{m}$ .

Відповідь: якщо  $a_n r_n + \dots + a_1 r_1 + a_0$  ділиться на  $m$ , то на  $m$  ділиться число  $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}_q$ .

#### 5) Задача Г. В. Лейбница (1646-1716) [3, с. 285].

Показати, що якщо  $n$  – ціле, то  $n^5 - n$  ділиться на 5 [2, с. 42].

*Розв'язання.*  $n^5 - n = n(n^4 - 1) = n(n^2 - 1)(n^2 + 1)$ . Якщо  $n$  не ділиться на 5 то можливі форми цього числа  $5k \pm 1$  і  $5k \pm 2$ ; тоді  $n^2$  має вигляд  $25k^2 \pm 10k + 1$  і  $25k^2 \pm 20k + 4$ . Тобто  $n^2 - 1$  ділиться на 5 або  $n^2 + 1$  ділиться на 5.

#### 6) Задача Г. В. Лейбница (1646-1716) [3, с. 285].

Показати, що якщо  $n$  – ціле число, то  $n^7 - n$  ділиться на 7 [2, с. 43].

*Розв'язання.*  $n^7 - n = n(n^6 - 1) = n(n^3 - 1)(n^3 + 1)$ . Якщо  $n$  не ділиться на 7 то можливі форми цього числа  $7k \pm 1$ ,  $7k \pm 2$  і  $7k \pm 3$ ; тоді  $n^3$  має вигляд  $343k^3 \pm 147k^2 + 21k \pm 1$ ;  $343k^3 \pm 294k^2 + 84k \pm 8$ ;  $343k^3 \pm 441k^2 + 189k \pm 27$ . Тобто  $n^3 - 1$  ділиться на 7 або  $n^3 + 1$  ділиться на 7.

#### 7) Задача Леонарда Ейлера (1707-1783) [3, с. 181].

Один чиновник купив коней та биків за 1770 талерів. За кожного коня він заплатив по 31 талеру, а за кожного бика – по 21 талеру. Скільки коней і биків купив чиновник? [2, с. 50].

*Розв'язання.*

Нехай  $x$  – кількість коней,  $y$  – кількість биків, то  $31x + 21y = 1770$  звідки  $y = 84 - x - \frac{10x-6}{21}$ . З останньої рівності слідує, що  $(5x - 3)$  ділиться на 21. Позначимо  $5x - 3 = 21z$ ,

$5x = 21z + 3$ , отримаємо  $y = 84 - x - 2z$ ,  $x = 4z + \frac{z+3}{5}$ . Отже,  $(z + 3)$  ділиться на 5, тобто  $z + 3 = 5t$ ,  $z = 5t - 3$ ,  $x = 4z + t = 4(5t - 3) + t$ ,  $x = 21t - 12$ ,  $y = 84 - x - 2z = 84 - (21t - 12) - 2(5t - 3)$ ,  $y = 102 - 31t$ . Визначимо значення  $t$ , якщо  $x = 21t - 12$ ,  $y = 102 - 31t$ , де  $x, y$  – натуральні числа.

$$\begin{cases} 21t - 12 > 0 \\ 102 - 31t > 0 \end{cases} \begin{cases} 21t > 12 \\ 31t < 102 \end{cases} \begin{cases} t > \frac{12}{21} \\ t < \frac{102}{31} \end{cases} \frac{4}{7} < t < 3\frac{9}{31}, t \in \mathbb{N}, t = 1, 2, 3.$$

Одержимо при  $t_1 = 1$ ,  $t_2 = 2$ ,  $t_3 = 3$  відповідно  $x_1 = 9$ ,  $y_1 = 71$ ;  $x_2 = 30$ ,  $y_2 = 40$ ;  $x_3 = 51$ ,  $y_3 = 9$ .

**Тема: Прості й складені числа.**

**1) Задача Фібоначчі** (Леонардо Пізанський) (бл. 1170 – після 1228) [3, с. 289].

Для знаходження найменшого дільника натурального числа  $n$  достатньо перевірити його подільність на числа, що не перевищують  $\sqrt{n}$  [10, с. 79].

*Розв'язання.*

$$n : d, d - \min, n = d \cdot n_1, n_1 \geq d, n \geq d^2, d \leq \sqrt{n}.$$

**2) Задача Ферма** (1601 – 1665) [3, с. 482].

Обґрунтувати спосіб розкладу на множники великого числа, відкритий Ферма. Нехай  $n$  – дане число і  $m$  – найменше ціле, для якого виконується  $m^2 > n$ . Утворимо різниці  $m^2 - n$ ,  $(m + 1)^2 - n$ ,  $(m + 2)^2 - n$ , ... Якщо деяка різниця є точним квадратом, то одержимо розклад на множники [10, с. 79].

*Розв'язання.*

Маємо на останньому кроці утворення різниць  $x^2 - n = y^2$  Розкладемо дане число на множники як різницю квадратів  $n = x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ .

Застосовуючи спосіб Ферма, розкласти на множники числа 1591, 6077.

$$a) 1600 > 1591, 40^2 > 1591, 40^2 - 1591 = 1600 - 1591 = 9 = 3^2,$$

$$1591 = 40^2 - 3^2 = (40 - 3)(40 + 3) = 37 \cdot 43.$$

$$б) 78^2 = 6084, 6084 > 6077, 6084 - 6077 = 7 \neq y^2,$$

$$79^2 = 6241, 6241 - 6077 = 164 \neq y^2,$$

$$80^2 = 6400, 6400 - 6077 = 323 \neq y^2, 81^2 = 6561, 6561 - 6077 = 484 = 22^2,$$

$$6077 = 81^2 - 22^2 = (81 - 22)(81 + 22) = 59 \cdot 103.$$

**3) Задача Ейлера** (1707 – 1783) [3, с. 181].

При необмеженому зростанні дійсного числа  $x > 1$  границя відношення  $\frac{\pi(x)}{x}$  дорівнює нулю [4, с. 218].

*Розв'язання.*

Числова функція  $\pi(x)$  визначає кількість простих чисел, що не перевищують дійсного числа  $x > 1$ . Для доведення використаємо нерівності Чебишова

$a \frac{x}{\ln x} < \pi(x) < b \frac{x}{\ln x}$ , де  $x \geq 2$ ,  $a < b$ . Справді, маємо  $\frac{\pi(x)}{x} < \frac{b}{\ln x}$ . При  $x \rightarrow \infty$ ,  $\frac{b}{\ln x} \rightarrow 0$ , отже  $\frac{\pi(x)}{x} \rightarrow 0$ .

#### 4) Задача Гаусса (1777 – 1855) [3, с. 121].

Довести, що добуток двох цілих додатних чисел, з яких кожне менше простого числа  $p$ , не ділиться на  $p$  [12, с. 50].

*Розв'язання.*

Нехай  $a < p$ ,  $b < p$ , де  $p$  – просте число. Для доведення використаємо твердження, вперше доведене Евклідом: якщо добуток кількох натуральних чисел ділиться на просте число  $p$ , то принаймні один із співмножників ділиться на  $p$ . Припустимо, що  $ab \div p$ , де  $p$  – просте число, то  $a \div p$  або  $b \div p$ , але  $a < p$ ,  $b < p$ , що неможливо.

#### 5) Задача Сільвестра (1814–1897) [3, с. 438].

Непарне досконале число повинно мати хоча б три різні прості дільники [7, с.10]. Проблема існування непарних досконалих чисел залишається невирішеною.

*Розв'язання.*

Припустимо спочатку, що  $N$  – це непарне досконале число з одним простим дільником  $p$ , тобто  $N = p^r$ , де  $p$  – це просте непарне число та  $r \geq 1$ . Тоді за означенням

досконалого числа  $\sigma(N) - N = N$ , звідки  $2N = \sigma(N)$ ,  $2p^r = \sigma(p^r) = \frac{p^{r+1} - 1}{p - 1}$ ,

$2p^r(p - 1) = p^{r+1} - 1$ ,  $2p^{r+1} - 2p^r = p^{r+1} - 1$ ,  $p^{r+1} - 2p^r = -1$ ,  $2p^r - p^{r+1} = 1$ . Ми прийшли до протиріччя, тому що ліва частина рівності ділиться на просте число  $p$ , а права не ділиться. Тому робимо висновок, що непарне досконале число не може мати тільки один простий дільник.

Розглянемо випадок двох простих дільників  $p$  і  $q$ . Припустимо, що  $N = p^k q^r$  є непарним досконалим числом, де  $p < q$  – це непарні прості числа. Тоді маємо  $2N = \sigma(N) = \sigma(p^k q^r) = \sigma(p^k) \sigma(q^r)$ ,

$2N = (1 + p + p^2 + \dots + p^k)(1 + q + q^2 + \dots + q^r)$ . Поділимо обидві сторони рівності на  $N = p^k q^r$ , маємо

$$2 = \left(1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} + \dots + \frac{1}{p^k}\right) \left(1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \dots + \frac{1}{q^r}\right) \leq \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^k}\right) \left(1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{5^r}\right).$$

Оскільки  $p$ , як непарне просте число, повинно бути не менше трьох, а оскільки  $q$  більше за  $p$  і є непарним простим числом, то воно повинно бути не менше п'яти, замінимо ці скінченні геометричні прогресії нескінченними та знайдемо їх суми, маємо

$$2 \leq \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{3^i} \cdot \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{5^j} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{8}, \text{ а це протиріччя. Так ми довели, що непарне}$$

досконале число повинно мати три або більше простих дільників.



**6) Задача Френцеля** [11, с. 98].

Сума довільного непарного степеня числа 4 та одиниці, при довільному показнику степеня, який більше за одиницю, розкладається на два множники, кожний з яких дорівнює сумі квадратів двох натуральних чисел.

*Розв'язання.*

$$\begin{aligned} 4^{2n+1} + 1 &= 2^{4n+2} + 1 = 2^{4n+2} + 2 \cdot 2^{2n+1} + 1 - 2 \cdot 2^{2n+1} = (2^{2n+1})^2 + 2 \cdot 2^{2n+1} + 1 - (2^{n+1})^2 = \\ &= (2^{2n+1} + 1)^2 - (2^{n+1})^2 = (2^{2n+1} + 1 + 2^{n+1})(2^{2n+1} + 1 - 2^{n+1}) = \\ &= (2^{2n} \cdot 2 + 2^{n+1} + 1)(2^{2n} \cdot 2 - 2^{n+1} + 1) = \\ &= ((2^{2n} + 2 \cdot 2^n + 1) + 2^{2n})(2^{2n} - 2 \cdot 2^n + 1 + 2^{2n}) = \\ &= ((2^n + 1)^2 + (2^n)^2)((2^n - 1)^2 + (2^n)^2) = (a^2 + b^2)(c^2 + b^2), \quad \text{де} \quad a = 2^n + 1, \quad b = 2^n, \\ &c = 2^n - 1. \end{aligned}$$

**7) Задача Джона Вільсона** [2, с. 104].

*Історична довідка.* Англійський математик Едуард Варінг (1734-1798) у 1770 р. опублікував в «Алгебраїчних міркуваннях» найбільш відомий критерій простого числа й приписав його серу Джону Вільсону (1741-1793).

Довести, що натуральне число  $n > 1$  тоді і тільки тоді є простим, коли  $(n-1)! + 1$  ділиться на  $n$  [10, с. 214].

*Розв'язання.*

Якщо  $N = (n-1)! + 1$  ділиться на  $n$ , доведемо,  $n$  – просте число. Припустимо,  $n$  – складене, тоді існує його простий дільник  $p < n$ . Маємо  $N : n$ , отже,  $N : p$ ,  $(n-1)!$  ділиться на  $p$ . З рівності  $N = (n-1)! + 1$  випливає, що  $1 : p$ , це неможливо. Отже, припущення неправильне,  $n$  – просте число.

Якщо  $n$  – просте число, доведемо, що  $(n-1)! + 1$  ділиться на  $n$ . Якщо  $n = 2$ , то очевидно  $((n-1)! + 1) : 2$ . Якщо  $n > 2$  розглянемо конгруенцію  $(x-1)(x-2)\dots(x-(n-1)) - (x^{n-1} - 1) \equiv 0 \pmod{n}$ . Її степінь не перевищує  $n-2$ , але вона має  $n-1$  розв'язок, бо задовольняється числами  $1, 2, \dots, n-1$  (перший доданок перетворюється в нуль, а другий порівняний з нулем за теоремою Ферма). Тому ця конгруенція виконується при довільному  $x$ . При умові  $x = 0$ , одержуємо  $(-1)^{n-1}(n-1)! \equiv -1 \pmod{n}$ ,  $n$  – просте число, тому  $n-1$  – парне число і  $(-1)^{n-1} = 1$ . Остаточно одержуємо  $(n-1)! \equiv -1 \pmod{n}$ ,  $(n-1)! + 1 \equiv 0 \pmod{n}$ . Отже,  $(n-1)! + 1$  ділиться на  $n$ .

**Тема: «Спеціальні прості числа»**

**1) Задача Ферма** (1601–1665) [3, с. 482].

Для довільного цілого невід'ємного числа  $n$  число  $F_n = 2^{2^n} + 1$  – просте [11, с. 54].

*Розв'язання.*

Дійсно, простими є:  $F_0 = 2^1 + 1 = 3$ ,  $F_1 = 2^2 + 1 = 5$ ,  $F_2 = 2^4 + 1 = 17$ ,  $F_3 = 2^8 + 1 = 257$ ,  $F_4 = 2^{16} + 1 = 65537$ , але

$F_5 = 2^{32} + 1 = 4294967297 = 641 \cdot 6700417$  – складене. У 1732 році Ейлер спростував твердження Ферма і довів, що  $F_5 : 641$ .

Поправка до твердження Ферма: довести або спростувати, що числа  $2 + 1, 2^2 + 1, 2^{2^2} + 1, \dots$  – прості. Доведено, що число  $2^{2^{2^2}} + 1$  – складене [10, с. 82].

**2) Задача Гольдбаха (1690–1764) [3, с. 141].**

Довести, що довільне число виду  $4n^2 + 1, n \in N$  може бути простим тільки при  $n = 1$  [12, с. 33].

*Розв'язання.*

$$4n^4 + 1 = ((2n^2)^2 + 4n^2 + 1) - 4n^2 = (2n^2 + 1)^2 - (2n)^2 = (2n^2 + 1 + 2n)(2n^2 + 1 - 2n)$$

Якщо  $n = 1$ , то дане число дорівнює 5, якщо  $n \neq 1$ , воно складене, бо розкладається на множники, що відмінні від одиниці та самого числа.

$$2n^2 + 2n + 1 = (n^2 + 2n + 1) + n^2 = (n + 1)^2 + n^2 > 1, \quad 2n^2 - 2n + 1 = (-n + 1)^2 + n^2 > 1$$

**3) Задача Гольдбаха (1690–1764) [3, с. 141].**

Довільне непарне число, яке більше 5, можна подати у вигляді суми трьох простих чисел. Перевірте це на прикладі кількох двозначних чисел [12, с. 33].

*Розв'язання.*

$$77 = 53 + 17 + 7, \quad 461 = 449 + 7 + 5 \text{ або } 461 = 257 + 199 + 5 \text{ тощо.}$$

Це твердження назване "проблема Гольдбаха". У першій половині XVIII ст. Ейлер пропонував доведення, що використовує твердження (проблема Ейлера): кожне парне число, починаючи з чотирьох, можна розкласти на суму двох простих чисел. Але проблема Ейлера не доведена. У 1937 році радянський вчений І.М. Виноградов довів проблему Гольдбаха для достатньо великих непарних чисел [6, с. 163].

**4) Задача Софі Жермен (1776 – 1831) [3, с. 195].**

Довільне число виду  $a^4 + 4 (a \in N)$  може бути простим тільки при  $a = 1$  [8, с. 147].

*Розв'язання.*

Якщо  $a = 1$ , то  $a^4 + 4 = 5$  – просте число, якщо  $a > 1$ , то  $a^4 + 4 = (a^4 + 4a^2 + 4) - 4a^2 = (a^2 + 2)^2 - (2a)^2 = (a^2 + 2 + 2a)(a^2 + 2 - 2a)$ , де  $a^2 + 2 + 2a = (a^2 + 2a + 1) + 1 = (a + 1)^2 + 1 \neq 1$ ,  $a^2 + 2 - 2a = (a^2 - 2a + 1) + 1 = (a - 1)^2 + 1 \neq 1$ . Отже, число  $a^4 + 4$  має два різних дільника, відмінних від одиниці та самого числа, тобто  $a^4 + 4$  – складене.

Цю гіпотезу висловив у 1742 році Гольдбах у листі до Ейлера.

**5) Задача з підручника С. Банаха, В. Серпінського, В. Сожека "Арифметика" 1933 року видання для 1 гімназійного класу [3, 33, 434].**

Вирази названі іменами видатних математиків. При підстановці в ці вирази замість змінних цілих чисел із вказаних проміжків отримуємо прості числа:

а) вираз Лежандра  $2x^2 + 29$  для чисел  $x$  від 0 до 28;

б) вираз Ейлера  $x^2 + x + 41$  для чисел  $x$  від 0 до 39;

в) вираз Скотта  $x^2 - 79x + 1601$  для чисел  $x$  від 0 до 79.

Обчисліть значення цих виразів при кількох значеннях змінної з вказаних проміжків і переконайтеся, що ці значення справді є простими числами. Чи можна вважати ці вирази формулами простих чисел? [9, с. 25]

*Розв'язання.*

а)  $2 \cdot 0^2 + 29 = 29$ ,  $2 \cdot 1^2 + 29 = 31$ ; але при  $x=29$  вираз ділиться на 29, тому значення виразу – складене число.

б)  $1^2 + 1 + 41 = 43$ ,  $2^2 + 2 + 41 = 47$ ; але при  $x=40$  вираз ділиться на 41  
 $40^2 + 40 + 41 = 40(40+1) + 41 = 41(40+1) = 41^2$ , тобто це складене число.

в)  $0^2 - 79 \cdot 0 + 1601 = 1601$ ,  $1^2 - 79 \cdot 1 + 1601 = 1523$  але при  $x=80$  маємо складене число:

$$80^2 - 79 \cdot 80 + 1601 = 80(80 - 79) + 1601 = 80 + 1601 = 1681 = 41^2.$$

**Тема: «Ланцюгові дроби та діофантові рівняння»**

**1) Задача Бхаскари II** (нар. 1114 – помер пізніше 1178). Великий індійський математик і астроном, автор твору «Венець учення», в якому містилися розв'язання алгебраїчних і теоретико-числових задач. Вершиною досягнень Бхаскари II є циклічний метод розв'язування в цілих додатних числах невизначеного рівняння другого степеня з двома невідомими [3, с. 79].

Розв'язати рівняння в цілих числах  $100x + 90 = 63y$  [2, с. 28].

Загальний метод розв'язування невизначених рівнянь в Індії було названо методом розсіювання. Розв'яжемо цим методом.

$$y = \frac{100x + 90}{63} = x + \frac{37x + 90}{63}, \quad \frac{37x + 90}{63} = y_1 - \text{ціле число. Прийдемо до}$$

$$\text{рівняння: } 37x + 90 = 63y_1, \quad x = \frac{63y_1 - 90}{37} = y_1 + \frac{26y_1 - 90}{37}, \quad \frac{26y_1 - 90}{37} = y_2 - \text{ціле.}$$

$$26y_1 - 90 = 37y_2, \quad y_1 = \frac{37y_2 + 90}{26} = y_2 + \frac{11y_2 + 90}{26}, \quad \frac{11y_2 + 90}{26} = y_3 - \text{ціле.}$$

$$11y_2 + 90 = 26y_3, \quad y_2 = \frac{26y_3 - 90}{11} = 2y_3 + \frac{4y_3 - 90}{11}, \quad \frac{4y_3 - 90}{11} = y_4 - \text{ціле.}$$

$$4y_3 - 90 = 11y_4, \quad y_3 = \frac{11y_4 + 90}{4} = 2y_4 + \frac{3y_4 + 90}{4}, \quad \frac{3y_4 + 90}{4} = y_5 - \text{ціле.}$$

$$3y_4 + 90 = 4y_5, \quad y_4 = \frac{4y_5 - 90}{3} = y_5 + \frac{y_5 - 90}{3}, \quad \frac{y_5 - 90}{3} = y_6 - \text{ціле. } y_5 = 3y_6 + 90.$$

Підставляємо.

$$\begin{aligned} x &= y_1 + y_2 = (y_2 + y_3) + y_2 = 2y_2 + y_3 = \\ &= 2(2y_3 + y_4) + y_3 = 5y_3 + 2y_4 = 5(2y_4 + y_5) + 2y_4 = 12y_4 + 5y_5 = \\ &= 12(y_5 + y_6) + 5y_5 = 17y_5 + 12y_6 = 17(3y_6 + 90) + 12y_6 = 63y_6 + 1530, \\ x &= 1530 + 63y_6. \end{aligned}$$

$$\text{З даного рівняння } y = \frac{100x + 90}{63} = \frac{153000 + 6300y_6 + 90}{63} = 100y_6 + 2430.$$

$$\text{Маємо } \begin{cases} x = 1530 + 63t \\ y = 2430 + 100t \end{cases}, t \in \mathbb{Z}. \text{ Якщо } t = -24, \text{ то } x = 18, y = 30.$$

$$\text{Відповідь: } \begin{cases} x = 18 + 63t \\ y = 30 + 100t \end{cases}, t \in \mathbb{Z}.$$

Метод ланцюгових дробів.

$100x - 63y = -90$ ,  $100x + 63(-y) = -90$ ,  $100x + 63z = -90$ , в загальному  
 $ax + bz = c$ . Розкладемо число  $\frac{a}{b} = \frac{100}{63}$  у ланцюговий дріб.  $100 = 63 \cdot 1 + 37$ ,  $q_0 = 1$ ;  
 $63 = 37 \cdot 1 + 26$ ,  $q_1 = 1$ ;  $37 = 26 \cdot 1 + 11$ ,  $q_2 = 1$ ;  $26 = 11 \cdot 2 + 4$ ,  $q_3 = 2$ ;  
 $11 = 4 \cdot 2 + 3$ ,  $q_4 = 2$ ;  $4 = 3 \cdot 1 + 1$ ,  $q_5 = 1$ ;  $3 = 1 \cdot 3 + 0$ ,  $q_6 = 3$

Отримали  $\frac{a}{b} = [1; 1, 1, 2, 2, 1, 3]$ ,  $n = 6$ . Знайдемо підхідні дроби

| k     |   | 0 | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6   |
|-------|---|---|---|---|---|----|----|-----|
| $q_k$ |   | 1 | 1 | 1 | 2 | 2  | 1  | 3   |
| $P_k$ | 1 | 1 | 2 | 3 | 8 | 19 | 27 | 100 |
| $Q_k$ | 0 | 1 | 1 | 2 | 5 | 12 | 17 | 63  |

Використаємо формули:  $x_0 = (-1)^{n-1} \cdot c \cdot Q_{n-1}$ ,  $P_{n-1} = P_5 = 27$ ,  $Q_{n-1} = Q_5 = 17$ ,  
 $z_0 = (-1)^n \cdot c \cdot P_{n-1}$

$$\begin{aligned} x_0 &= (-1)^5 \cdot (-90) \cdot 17 = 1530 & x &= 1530 + 63t, & z &= -2430 - 100t, \\ z_0 &= (-1)^6 \cdot (-90) \cdot 27 = -2430, \\ y &= 2430 + 100t. \end{aligned}$$

Відповідь:  $\begin{cases} x = 1530 + 63t \\ y = 2430 + 100t \end{cases}, t \in \mathbb{Z}$ .

**2) Задача Фібоначчі** (близько 1170 – після 1228) [3, с. 289].

Дехто купив 30 птахів за 30 монет. За три горобці він платив 1 монету, за дві горлиці теж – одну монету, а за кожного голуба – 2 монети. Скільки птахів кожного виду він купив?

*Розв'язання.*

Нехай  $x$  – кількість горобців,  $y$  – кількість горлиць,

$$z = (30 - x - y) - \text{кількість голубів. Маємо } \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y + 2(30 - x - y) = 30,$$

$$2x + 3y + 12(30 - x - y) = 180, 10x + 9y = 180. \text{ Методом розсіювання: } y = 20 - \frac{10}{9}x,$$

$$\frac{x}{9} = t, x = 9t, y = 20 - 10t, t \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} 9t > 0 \\ 20 - 10t > 0 \end{cases}, \begin{cases} t > 0 \\ t < 2 \end{cases}, t \in \mathbb{Z}, t = 1. \text{ Отже, } x = 9, y = 10, z = 11.$$

Відповідь: 9 горобців, 10 горлиць, 11 голубів.

**3) Задача Адама Різе** (1492 – 1559) (німецький математик автор популярних в той час підручників з арифметики і алгебри) [3, с. 419], [12, с. 195].

26 осіб витратили разом 88 монет, причому кожний чоловік витратив 6, жінка 4, а дівчина 2 монети. Скільки було чоловіків, жінок і дівчат? [2:49].

*Розв'язання.*

Позначимо кількість чоловіків  $x$ , жінок  $y$ , тоді кількість дівчат  $(26 - x - y)$ .  
 Складаємо рівняння:  $6x + 4y + 2(26 - x - y) = 88$ .  $4x + 2y = 36$ ,  $2x + y = 18$ .

Використаємо метод, який у стародавній Індії назвали "методом розсіювання" (подрібнення).

$x = \frac{18-y}{2} = 9 - \frac{y}{2}$ , Оскільки  $x$  – ціле, то і  $\frac{y}{2} = t$  ціле, звідки  $y = 2t$ ,  $x = 9 - t$ . Отримали

загальний розв'язок рівняння:  $\begin{cases} x = 9 - t \\ y = 2t \end{cases}$ . За умовою задачі  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ , тоді  $\begin{cases} 9 - t \geq 0 \\ 2t \geq 0 \end{cases}$ ,

$\begin{cases} t \leq 9 \\ t \geq 0 \end{cases}$ , тобто  $t = 0, 1, \dots, 9$ . Задача має 10 розв'язків  $(9, 0, 17)$ ,  $(8, 2, 16)$ ,  $(7, 4, 15)$ ,  $(6, 6, 14)$ ,  $(5, 8, 13)$ ,  $(4, 10, 12)$ ,  $(3, 12, 11)$ ,  $(2, 14, 10)$ ,  $(1, 16, 9)$ ,  $(0, 18, 8)$ .

#### 4) Задача Гюйгенса (1629-1695) [3, с. 153].

Під час створення у Парижі першого у світі планетарію видатний механік, фізик і математик XVII століття Гюйгенс вирішив виготовити модель для імітації руху всіх планет сонячної системи. Виникла технічна проблема виготовлення зубчатих коліс з дуже великою кількістю зубців, тому потрібно було знайти таке відношення кількості зубців на колесах, яке було б найближчим до заданого. В якості найкращих наближень Гюйгенс використав підхідні дробі відповідних ланцюгових дробів [5, с. 224].

Потрібно виготовити зубчаті колеса з відношенням кутових швидкостей  $x = \frac{938}{727}$ .

Виготовити міцні колеса з 938 і 727 зубцями не можна, тому потрібно підібрати колеса з меншою кількістю зубців, щоб похибка була як можна меншою [1, 324].

Розв'язання. Розкладемо число  $x = \frac{938}{727}$  у ланцюговий дріб.

$938 = 727 \cdot 1 + 211$ ,  $q_0 = 1$ ;  $727 = 211 \cdot 3 + 94$ ,  $q_1 = 3$ ;  $211 = 94 \cdot 2 + 23$ ,  $q_2 = 2$ ;  
 $94 = 23 \cdot 4 + 2$ ,  $q_3 = 4$ ;  $23 = 2 \cdot 11 + 1$ ,  $q_4 = 11$ ;  $2 = 1 \cdot 2 + 0$ ,  $q_5 = 2$

Отримали  $x = [1; 3, 2, 4, 11, 2]$ . Знайдемо підхідні дробі

| k     |   | 0 | 1 | 2 | 3  | 4   | 5   |
|-------|---|---|---|---|----|-----|-----|
| $q_k$ |   | 1 | 3 | 2 | 4  | 11  | 2   |
| $P_k$ | 1 | 1 | 4 | 9 | 40 | 449 | 938 |
| $Q_k$ | 0 | 1 | 3 | 7 | 31 | 348 | 727 |

$\frac{P_0}{Q_0} = 1$ ,  $\frac{P_1}{Q_1} = \frac{4}{3}$ ,  $\frac{P_2}{Q_2} = \frac{9}{7}$ ,  $\frac{P_3}{Q_3} = \frac{40}{31}$ ,  $\frac{P_4}{Q_4} = \frac{449}{348}$ ,  $\frac{P_5}{Q_5} = \frac{938}{727}$ . Оцінимо, що

$\frac{P_4}{Q_4} < x < \frac{P_3}{Q_3}$ , тому  $x \approx \frac{P_3}{Q_3}$  з похибкою  $\varepsilon < \frac{1}{Q_3 Q_4}$ , тобто  $x \approx \frac{40}{31}$  з похибкою менше

$$\frac{1}{31 \cdot 348} = \frac{1}{10788} < \frac{1}{10000}.$$

Отже, якщо виготовити зубчаті колеса з 40 і 31 зубцями, то відношення їх кутових швидкостей дорівнюватиме  $\frac{40}{31}$  і буде відрізнятися від заданого відношення  $\frac{938}{727}$  менше

ніж на  $\frac{1}{10000}$  (практично така похибка не відчутна).



**Висновки.** Запропоновані історичні задачі доцільно використовувати поряд з іншими задачами з теорії чисел, які розв'язуються при навчанні цього курсу. Така робота дає можливість познайомитися з цікавими та нетрадиційними методами розв'язування задач видатними математиками і запропонувати свої розв'язання. При цьому важливими і цікавими є короткі історичні довідки про життя та діяльність цих математиків. Пошук різних історичних задач можна проводити під час написання курсових робіт та роботи в проблемній групі. Розв'язування історичних задач дає можливість відчувати красу наукового пошуку.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Андронов И.К. Арифметика рациональных чисел / И.К. Андронов, А.К. Окунев – М.: Просвещение, 1971. – 400 с.
2. Баврин И.И. Старинные задачи / И.И. Баврин, Е.А. Фрибус – М.: Просвещение, 1994. – 128 с.
3. Бородин О.И. Биографический словарь деятелей в области математики / О.И. Бородин, А.С. Бугай – К.: Вища шк., 1973. – 552 с.
4. Бородин О.И. Теория чисел / О.И. Бородин – К.: Вища шк., 1970. – 275 с.
5. Бухштаб А.А. Теория чисел / А.А. Бухштаб – М.: Просвещение, 1966, 384с.
6. Глейзер Г.И. История математики в школе VII – VIII кл. / Г.И. Глейзер – М.: Просвещение, 1982. – 240 с.
7. Данхем В. Ойлер та теорія чисел / В. Данхем // У світі математики. – 2000. – Т. 6. – Вип. 3. – С. 1 – 19.
8. Конфорович А.Г. Визначні математичні задачі / А.Г. Конфорович – К.: Рад. шк., 1981. – 189 с.
9. Тадеев В.О. Неформальна математика. 6 – 9 кл. / В.О. Тадеев – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003. – 288 с.
10. Требенко Д.Я. Алгебра і теорія чисел / Д.Я. Требенко, О.О. Требенко – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2006. – Ч. 1. – 400 с.
11. Фаермарк Д.С. Задача пришла с картины / Д.С. Фаермарк – М.: Наука, 1974. – 160 с.
12. Чистяков В.Д. Старинные задачи по элементарной математики / В.Д. Чистяков – Минск: Высшая шк., 1978. – 270 с.

#### РЕЗЮМЕ

**Дидковская Т.В., Сверчевская И.А. Замечательные исторические задачи по теории чисел.** *Предлагается система замечательных исторических задач для изучения курса «Теория чисел» по разделам: делимость, деление с остатком, простые и составные числа, специальные простые числа, цепные дроби и диофантовые уравнения. Это задачи математиков XII – XX ст., которые сохранены историей. Приводятся авторские и современные решения. Рекомендуются литература для самостоятельной работы студентов. Предложенные авторами исторические задачи целесообразно использовать наряду с другими задачами по теории чисел, решаемые при обучении этого курса. Такая работа, по мнению авторов, дает возможность познакомиться с интересными и нетрадиционными методами решения задач выдающимися математиками и предложить свои решения. Решение исторических задач развивает творческие способности, порождает мысленную активность студентов, дает возможность почувствовать красоту научного поиска.*

**Ключевые слова:** история математики, замечательные задачи, предметная компетентность, теория чисел, делимость, деление с остатком, простые и составные числа, цепные дроби, диофантовые уравнения.

#### SUMMARY

**T. Didkivs'ka, I. Sverchevs'ka. Distinguished historical problems in the quantity theory.** *The system of distinguished historical problems for studying the course "Quantity theory" in the following parts is suggested: divisibility, division with remainders, special composite numbers, continued fractions and diophantine equations. These problems are the ones suggested by the mathematicians of XII – XX centuries and are historically preserved. Literature sources for students' independent work are recommended. It is reasonable to apply suggested by the authors historical problems together with other problems of the quantity theory that are solved in the process of teaching this course. Such kind of work, in authors' opinion, gives an opportunity to get acquainted with interesting and non-conventional methods of problems solving suggested by the outstanding mathematicians and propose one's own solving methods. Solving historical problems develops creative abilities, generates students' thinking activity, and gives an opportunity to sense the beauty of scientific search.*

**Key words:** history of mathematics, distinguished problems, subject-matter competence, quantity theory, divisibility, division with remainders, prime and composite numbers, continued fractions, diophantine equations.

УДК 371.3:519

К.В. Каланчук

Сумський державний педагогічний  
університет ім. А.С. Макаренка

## РЕАЛІЗАЦІЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ЧЕРЕЗ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

*Стаття присвячена реалізації міжпредметних зв'язків на уроках математики як засобу розвитку інтегративного мислення учнів. Розглядається один із шляхів реалізації міжпредметних зв'язків на уроках математики – розв'язування прикладних задач. Продемонстровано, як розв'язування прикладних задач допомагає встановити безпосередні зв'язки математики з іншими науками, зацікавити учнів у вивченні даного предмету, надає можливість наочно проілюструвати застосування різноманітних математичних понять, тверджень, формул та співвідношень у повсякденному житті. Автором зазначено, що використання міжпредметних зв'язків в ході навчання математики допомагає вчителям сформувати в учнів уявлення про явища природи та зв'язки між ними, надати їм розуміння цілісної картини світу та дає змогу учням застосовувати свої знання, набуті в процесі вивчення одного предмету, під час вивчення інших предметів, створити у школярів підґрунтя для комплексного бачення та вирішення складних проблем, з якими вони зіткаються у реальному житті.*

**Ключові слова:** навчання математики, міжпредметні зв'язки, прикладні задачі, інтегративне мислення.

**Постановка проблеми.** Загальновідомо, що для успішної реалізації потенційних можливостей людини в умовах сучасного стрімкого розвитку науки і проникнення її досягнень у повсякденне життя, її мислення має бути інтегративним. Розвитку цієї властивості мислення може сприяти реалізація міжпредметних зв'язків у процесі навчання. Реалізація міжпредметних зв'язків в ході навчання математики має значний вплив на підвищення якості науково-теоретичної та практичної підготовки школярів: це допомагає вчителям сформувати в учнів уявлення про явища природи та зв'язки між ними, надати їм розуміння цілісної картини світу. Використання міжпредметних зв'язків в ході навчання математики допомагає учням застосовувати свої знання, набуті в процесі вивчення одного предмету, під час вивчення інших предметів, створити у школярів підґрунтя для комплексного бачення та вирішення складних проблем, з якими вони зіткаються у реальному житті. Ось чому ця проблема постійно знаходиться у центрі уваги як дослідників, так і вчителів-практиків.

**Аналіз актуальних досліджень.** Проблеми реалізації міжпредметних зв'язків присвячені роботи дидактів, психологів та методистів, зокрема – І. Зверева [3], В. Максимової [3] та інших. Введення елементів прикладної математики в шкільний курс досліджували методисти Г. Бевз [1], Г. Возняк [2], Ю. Колягін [4], А. Мишкіс [5], А. Прус [7], З. Слєпкань [8, 26-30], Л. Соколенко [9], Л. Філон [9], В. Фірсов [10], В. Швець [11] та інші.

**Мета статті** – показати можливості реалізації міжпредметних зв'язків на уроках математики шляхом використання прикладних задач.

**Виклад основного матеріалу.** Міжпредметні зв'язки безперечно виконують ряд дуже важливих функцій у навчанні математики. Адже вони впливають на відбір і структуру навчального матеріалу різних предметів, допомагають активувати різні методи навчання, спрямовують учителів на створення комплексних форм навчання, сприяють досягненню єдності навчального процесу та забезпечують системність учнівських знань. Визначення поняття «міжпредметні зв'язки» пропонують різноманітні. Це пояснюється тим, що до їх педагогічної оцінки та класифікації існують різні підходи. Ми пропонуємо таке узагальнення: міжпредметні зв'язки у навчанні математики – це одна з умов спрямування діяльності вчителя математики на актуалізацію і більш досконале та свідоме засвоєння

учнями знань, навичок і умінь з різних предметів для формування знань, навичок і вмінь з математики та переносу їх у змінені та нові (іноді – нестандартні) ситуації.

У сучасних дослідженнях пропонуються різні шляхи реалізації міжпредметних зв'язків в процесі навчання математики: проведення інтегрованих уроків та практичних занять, застосування прикладних, практичних задач, задач практичного змісту при вивченні матеріалу. Особливо слід виділити реалізацію міжпредметних зв'язків шляхом використання прикладних задач. Так, наприклад, у навчальній програмі шкільного курсу математики для загальноосвітніх навчальних закладів [6] у 5-6-му класу у темах «Дробові числа» та «Звичайні дробі», відповідно, передбачено розв'язування текстових задач, а у 9-му класі у курсі алгебри пропонується тема «Елементи прикладної математики». Тобто для забезпечення міцного й свідомого оволодіння учнями системою математичних знань та вмінь, необхідних у повсякденному житті й у ході вивчення інших навчальних предметів, отримання якісної професійної підготовки у подальшому, успішно використовують прикладні задачі. Адже їх розв'язування надає можливість засвоювати наукові факти з різних предметів поряд з математичними знаннями. Під прикладними задачами зазвичай розуміють такі задачі, що розв'язуються із застосуванням математичного апарату, але виникають поза межами математики.

Вже досить давно методисти об'єднали проблему міжпредметних зв'язків з доцільним застосуванням математичних знань у практичній діяльності. Це можна пояснити не тільки тим, що сфера використання математики постійно розширюється, а й необхідністю ознайомлення школярів з різними методами математичного моделювання доволі складних процесів, з можливостями раціонально використовувати обчислювальну техніку. Звісно, роботу по забезпеченню міжпредметних зв'язків оптимізують, для чого узгоджують зміст, темп вивчення навчальних предметів (наприклад, спершу на уроках математики учні вивчають шкали, прямокутну систему координат, ознайомлюються з початковими поняттями про кулю, її діаметр, великі кола на поверхні сфери, а вже потім на уроках географії вивчають географічні координати та елементи картографії). Проте Г.М. Возняк та О.Г. Возняк [2] показали, що застосування на уроках математики не будь-яких прикладних задач, складених із застосуванням відомостей суміжних предметів, дає необхідний педагогічний ефект. Саме тому необхідно дотримуватися певних вимог при доборі та розв'язуванні прикладних задач. ТанDEM дослідників – Л.О. Соколенко, Л.Г. Філон та В.О. Швець [9], ґрунтуючись на дисертаційному дослідженні Л.О. Соколенко, – виділяють ряд педагогічних вимог, які мають задовольняти прикладні задачі:

- задачі мають відповідати шкільним програмам та чинним підручникам щодо фактів та методів, які будуть застосовуватися під час їх розв'язування;
- задачі повинні містити реальний практичний зміст, який дозволить проілюструвати практичну значущість і цінність набутих математичних знань;
- зміст задачі має викликати пізнавальний інтерес в учнів, надавати можливість на практиці для них демонструвати ефективне використання математичних знань;
- задачі повинні містити відомі чи інтуїтивно зрозумілі школярам поняття та терміни;
- числові дані в задачах мають бути реальними (не вступають у протиріччя з фактами);
- прикладні задачі, що мають природничий характер, мають демонструвати практичне застосування математики у різних галузях природознавства (біології, хімії, екології, медицині тощо).

Окрім того, умова прикладної задачі повинна бути короткою, а прикладна частина має вимагати, наскільки можливо, короткого пояснення. Такі задачі повинні допускати прості узагальнення, що давали б змогу учням відкривати прикладні аспекти математики в різноманітних науках.

В узагальненому вигляді у процесі розв'язування прикладних задач виділяють три етапи.

I етап – створення математичної моделі (переклад задачі з природної мови тієї галузі, де вона виникла, математичною мовою).

II етап – дослідження математичної моделі (розв'язування математичної задачі, що отримали).

III етап – інтерпретація розв'язків, одержаних результатів (переклад розв'язку математичної задачі з мови математики на природну мову тієї галузі, де вона виникла).

Вчитель математики, пропонуючи на уроках прикладні задачі, не мусить разом з учнями детально розглядати питання, які вивчаються на уроках суміжних предметів. Навіть, навпаки: слід пропонувати їм визначати самостійно відомий з курсів інших предметів (наприклад, з фізики чи хімії) той або інший параметр. Але доречно буде узгодити з учителями цих предметів питання про однакове тлумачення понять (наприклад, таких як «потужність», «відсоткова концентрація», «міцність», «проба» і т.д.), про те, чи вже ознайомлені з ними учні. Особливо корисним це буде тоді, коли на уроках математики будуть розв'язуватися задачі на змішування різних розчинів, рідин, задачі на сплави тощо.

Пропонуємо прикладну задачу, яку можна розглядати у 5-6 класах. Дана задача демонструє взаємозв'язок математики з біологією.

**Задача.** Протягом одного дня родина сонечок знищує 1,5 кг попелиці (рис. 1). Завдяки цьому вони захищають ліс площею 0,3 га. Яку кількість попелиці слід знищити сонечкам протягом 15 днів для того, щоб захищати по 5 га лісу щодня?

*Розв'язання задачі*

I етап. Спершу знаходимо кількість попелиць, що



Рис. 1

знищать сонечки з площі 5 га за один день. Для цього треба скласти пропорцію.

$$1,5 \text{ кг} - 0,3 \text{ га}$$

$$x \text{ кг} - 5 \text{ га}$$

II етап. Знаходження невідомого в пропорції.

$$x = \frac{5 \cdot 1,5}{0,3} = 2,5 \text{ (кг)}$$

A потім знаходимо кількість попелиць, що знищать сонечки з площі 5 га за 15 днів:

$$2,5 \cdot 15 = 37,5 \text{ (кг)}.$$

III етап. Отже, сонечкам слід знищити протягом 15 днів 37,5 кг попелиць для того, щоб захищати по 5 га лісу щодня.

*Відповідь:* 37,5 кг.

Після розв'язування задачі можна запропонувати учням проаналізувати реальність даних та відповіді. Слід зауважити, що в день одне сонечко з'їдає біля кількох десятків попелиць, а її личинка не менше 1000. Таким чином, припустивши, що 10 попелиць важать приблизно 1 г, то в 1,5 кг буде 15000 попелиць. Враховуючи вище сказане, в родині сонечок може бути 14 личинок та 10 дорослих осіб. Тобто це можливо.

Окрім цього, як вихід діяльності учня на творчому рівні, після розв'язування такої задачі, можна запропонувати школярам скласти авторську задачу.

У прикладному відношенні найбільш зручними є вимірювання на місцевості. Задачі на знаходження відстані між двома віддаленими точками висоти дерева, на знаходження відстані до недоступного предмету учні розв'язуватимуть з цікавістю. Водночас, розв'язування задач такого типу, окрім можливості розкриття практичного значення математичних знань, дозволяє продемонструвати використання методу координат, деяких тригонометричних співвідношень.

**Висновки.** Розв'язування прикладних задач школярами має значну цінність під час здійснення міжпредметних зв'язків. Це допомагає показати безпосередні зв'язки математики з іншими науками, зацікавити учнів у вивченні даного предмету. Прикладні задачі надають



можливість наочно проілюструвати застосування різноманітних математичних понять, тверджень, формул та співвідношень у повсякденному житті. Тому при навчанні математики слід якомога частіше (наскільки це доцільно) звертатися до прикладних задач. Проте необхідно завжди пам'ятати про методичні вимоги до їх добору та розв'язання, що були вказані вище. Реалізація міжпредметних зв'язків безперечно виконує низку важливих функцій у навчанні як математики, так і при вивченні інших дисциплін. Відбувається вплив на відбір і структуру навчального матеріалу, активуються різні методи навчання. Вчителі спрямовують свою роботу на створення комплексних форм навчання та умов, що сприяють досягненню єдності навчального процесу й забезпечують системність учнівських знань.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Бевз В. Міжпредметні зв'язки як необхідний елемент предметної системи навчання / В. Бевз // Математика в школі. – 2003. – № 6. – С.6-11.
2. Возняк Г.М. Прикладні задачі: від теорії до практики / Г.М. Возняк, О.Г. Возняк. – Тернопіль: Мандрівець, 2003. – 136 с.
3. Зверев И.Д. Межпредметные связи в современной школе / И.Д. Зверев, В.Н. Максимова. – М.: Педагогика, 1981. – 159 с.
4. Колягин Ю. М. О прикладной и практической направленности обучения математике / Ю.М. Колягин, В.В. Пикан // Математика в школе. – 1985. – № 6. – С. 27-32.
5. Мышкис А.Д. К методике прикладной направленности обучения математике / А.Д. Мышкис, М.М. Шамсутдинов // Математика в школе. – 1988. – № 2. – С. 12-14.
6. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 5-9 класи / Математика в школі. – 2010. – № 1-2. – С.2-15.
7. Прус А.В. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: 13.00.02 “Теорія і методика навчання математики” / А.В. Прус. – К., 2007. – 23 с.
8. Слепкань З.І. Методика навчання математики / З.І. Слепкань. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
9. Соколенко Л.О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початкового аналізу: практикум. Навчальний посібник / Л.О. Соколенко, Л.Г. Філон, В.О. Швець. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. – 128 с.
10. Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики // Углубленное изучение алгебры и начал анализа / С.И.Шварцбурд, О.А.Боковнев. – М.: Просвещение, 1972. – С.215-239.
11. Швець В.О. Теорія та практика спрямованості шкільного курсу стереометрії: навчальний посібник / В.О. Швець, А.В. Прус. – Житомир: Видавництво ЖДУ імені І. Франка, 2007. – 156 с.

#### РЕЗЮМЕ

**Каланчук К.В. Реализация межпредметных связей на уроках математики через решение прикладных задач.** *Статья посвящена реализации межпредметных связей на уроках математики как средства развития интегративного мышления учащихся. Рассматривается один из путей реализации межпредметных связей на уроках математики - решение прикладных задач. Продемонстрировано, как решения прикладных задач помогает установить непосредственные связи математики с другими науками, заинтересовать учащихся в изучении данного предмета, позволяет наглядно проиллюстрировать применение различных математических понятий, утверждений, формул и соотношений в повседневной жизни. Автор отмечает, что использование межпредметных связей в ходе обучения математики помогает учителям сформировать в учащихся представление о явлениях природы и связи между ними, предоставит им понимание целостной картины мира и позволяет учащимся применять свои знания, приобретенные в процессе изучения одного предмета, при изучении других предметов, создать у школьников основу для комплексного видения и решения сложных проблем, с которыми они сталкиваются в реальной жизни.*

**Ключевые слова:** обучение математике, межпредметные связи, прикладные задачи, интегративное мышление.

#### SUMMARY

**K. Kalanchuk. Fulfillment of interdisciplinary connections in classes of mathematics by solving applied problems.** *The article is devoted to interdisciplinary connections fulfillment in classes of mathematics as a means of learners' integrative thinking. One of the ways of interdisciplinary connections fulfillment in classes of mathematics is the applied problems solution. There has been demonstrated how applied problems solution helps to establish direct connections of mathematics with other sciences, evoke learners' interest in learning subject, provides with the opportunity to visually illustrate the application of various mathematical concepts, statements, formulas and correlations in everyday life. The author points out that implementation of interdisciplinary connections during studying maths helps teachers to form learners' notions of natural phenomena and connections between them, provides them with comprehension of the complete picture of the world and allows learners to apply their knowledge gained while studying one subject; during studying other subjects, creates the foundation for a complex vision and solution of complicated problems that they come across in real life.*

**Keywords:** teaching mathematics, interdisciplinary connections, applied problems, integrative thinking.

УДК 372.851.046.16

**В.К. Кірман**

Дніпропетровський національний  
університет імені Олеся Гончара

## ПІДХОДИ ДО ОБҐРУНТУВАННЯ ГРАНИЧНИХ ТЕОРЕМ ДЛЯ БІНОМІАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ

У статті запропоновано побудову схеми викладу матеріалу щодо локальної теореми Муавра-Лапласа та інтегральної теореми Лапласа на інтуїтивному рівні з використанням неформальних міркувань, доступних як для учнів старших класів, де поглиблено вивчається математика, так і для студентів технічних та економічних спеціальностей вищих навчальних закладів. У теоретичному обґрунтуванні пропонується вести мову про аргументацію математичних тверджень при навчанні математики. Ілюструється, що саме поняття аргументації носить не лише формально-логічний характер, а в тому числі комунікативний та ціннісно-емоційний. Ілюструється аргументація на декількох рівнях: експериментально-індуктивному (L1), аналогії (L2), наочно-інтуїтивному (L3), напівформальному (L4), формальному (L5), суперформальному (L6). Наочно-інтуїтивні та напівформальні аргументації розглядаються як автономні так і в системі послідовної аргументації, де здійснюється поступовий перехід від експериментального до формального рівня аргументації.

**Ключові слова:** граничні теореми, біноміальний розподіл, рівні аргументації, неформальні доведення.

**Постановка проблеми.** Граничні теореми посідають центральне місце в курсах теорії ймовірностей. У той же час, доведення відповідних фактів є зрозуміло дуже складним для студентів нематематичних спеціальностей, тому практично при викладанні відповідних курсів доведення не наводяться. Так, наприклад, робиться у класичних підручниках В. Є. Гмурмана [2]. Але абсолютно ясно, що це є вимушена міра, бо вивчення математики без доведень є неповноцінним. Вперше в найпростішому вигляді граничні теореми формулюються для біноміального розподілу. Після доведення формули Бернуллі досліджується поведінка ймовірностей числа успіхів для великої кількості випробувань, так розглядаються локальна теорема Муавра-Лапласа, інтегральна теорема Лапласа, теорема Пуассона. Щодо останньої, то її доведення є достатньо нескладним, але доведення перших з двох названих теорем, наприклад, як в підручнику І. М. Коваленка [4] є знову-таки дуже складними. Їх дуже важко реалізувати вже й для студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів через технічні труднощі.

Теорія ймовірності все більше входить в програму середньої школи як в усьому світі, так і в нашій країні. Науково-методичні основи навчання теорії ймовірностей в середніх навчальних закладах були закладені в класичних роботах А. М. Колмогорова [5], О. Я. Хінчина, А. М. Яглома [12], А. Реньї [8]. Ці видатні математики акцентують увагу на світоглядних питаннях, пов'язаних з вивченням основ теорії ймовірностей, послідовності формування ключових понять. Значний вклад в методику навчання теорії ймовірностей зроблено в роботах А. Плоцьки [7]. У той же час питання наближеного обчислення за формулою Бернуллі не розглядаються в усіх цих роботах і не висвітлені в сучасних програмах з математики, в тому числі при поглибленому вивченні. У той же час зрозуміло, що вивчення теорії ймовірності, у тому числі на початковому етапі без згадки про граничні теореми хоча б спрощеному вигляді не є повноцінним. Це чітко підкреслюється В. М. Тутубалінім [11], який підкреслює, що теорія ймовірностей починається з “дива Лапласа”.

**Аналіз актуальних досліджень.** Виклад матеріалу щодо локальної теореми Муавра-Лапласа та інтегральної теореми Лапласа розроблений разом з дидактичним забезпеченням для студентів математичних спеціальностей наведений в роботах В. М. Турчина [10]. Там наведені строгі схеми доведення та системи підготовчих задач, що утворює найважливіші



компоненти методичної системи вивчення граничних теорем для біноміального розподілу. М.І Жалдаком, Н. М. Кузьміною, Г.О Михаліним [2] розроблено методичну систему навчання теорії ймовірностей студентів педагогічних університетів та учнів старших класів. Ці автори акцент при обґрунтуванні граничних теорем роблять на використанні чисельних експериментів, які пропонується проводити за допомогою певного інструментарію – спеціально розроблених дидактичних програмних засобів.

Б. Д. Котляром у роботі [6] будуються схеми обґрунтування граничних теорем для біноміального розподілу, орієнтовані на аудиторію слухачів технічних та техніко-економічних спеціальностей. Частина доведень носить досить інтуїтивний характер, але ключові факти знов-таки наведені з великими технічними труднощами.

Впровадженню теорії ймовірностей у практику поглибленого навчання математики присвячена дисертаційна робота О. В. Трункової [9]. У цій роботі частково наголошується на необхідності та можливості введення граничних теорем у шкільний курс математики, у той же час обґрунтування цих теорем, які були б доступні учням, не обговорюються.

Аналіз інших літературних джерел показав також, що питання побудови спрощеного обґрунтування граничних теорем для біноміального розподілу не досліджені. Отже, існує протиріччя між необхідністю ознайомлення учнів та студентів з граничними теоремами для біноміального розподілу, яке би включало обґрунтування цих фактів та можливістю обґрунтувати відповідні методи на рівні знань учнів класів з поглибленим вивченням математики та студентів техніко-економічних спеціальностей. Ці питання потребують дослідження.

**Метою статті** є побудова схеми викладу матеріалу щодо локальної теореми Муавра-Лапласа та інтегральної теореми Лапласа на інтуїтивному рівні з використанням неформальних міркувань, доступних як для учнів старших класів, де поглиблено вивчається математика, так і для студентів технічних та економічних спеціальностей вищих навчальних закладів

**Виклад основного матеріалу.** Питання навчання учнів та студентів доведенню математичних тверджень є одним з центральних у методиці навчання математики. В той же час, відомо, що мотивація діяльності по пошуку доведень залишається недосконалою. Більш того, ретельний аналіз приводить до думки, що саме поняття “доведення” має відносний характер в умовах не тільки шкільного, але й університетського курсу математики. Дійсно, доведення (вважаємо синонімом “строге, формальне доведення”) передбачає фіксацію аксіоматичної бази та правил виводу. Але в шкільному курсі аксіоматика (неповна) будується фактично лише в курсах геометрії, в початках аналізу вивчаються функції дійсного змінного без строго визначення дійсного числа. Аналогічна ситуація складається й в так званих курсах вищої математики (або їх аналогах) для студентів технічних та економічних спеціальностей вишів. Практика навчання математики в школі приводить до парадоксальних прикладів. Так, наприклад, при вивченні теореми про точку перетину медіан трикутника механічні міркування з застосуванням центру ваги вважаються нестрогими, але також не можна вважати строгим доведення з використанням, наприклад, теореми про середню лінію трикутника, де зовсім не обґрунтовується, що дві медіани перетинаються всередині трикутника, хоча це інтуїтивно очевидний факт. Не менш гострими такі питання стають у вищій школі, де формування професійної компетентності відповідного фахівця неможливе без вмінь застосовувати математичні факти строге обґрунтування яких в принципі не може бути проведено для студентів економічних та технічних спеціальностей.

Отже, фактично, в практиці викладання математики твердження, що доводяться спираються на систему так званих базових тверджень, чітку межу якої виділити дуже складно. Природно виникає питання обґрунтування базових допоміжних тверджень (яке не має вигляд строго логічного доведення), їх походження. Ми пропонуємо вести мову про *аргументацію* математичних тверджень при навчанні математики. Класична логіка розрізняє

поняття доведення та аргументації, вважаючи останнє набагато ширше за змістом, для аргументації “аргумент” розуміється також набагато ширше ніж для доведення, саме поняття аргументації носить не лише формально-логічний характер, а в тому числі комунікативний та ціннісно-емоційний, отже його усвідомлене впровадження в практику сприятимуть реалізації особистісно-орієнтованого підходу в математичній освіті.

На нашу думку, можна виділити декілька рівнів аргументації: експериментально-індуктивний (L1), аналогії (L2), наочно-інтуїтивний (L3), напівформальний (L4), формальний (L5), суперформальний (L6). Рівень L1 передбачає, що висновки робляться на основі багатьох спостережень або цілеспрямованого експерименту. Значна кількість математиків вважають вміння проводити та інтерпретувати математичний експеримент основою математичної освіти [1]. Саме на цьому рівні повинні робитися висновки у початковій школі, але й потім експеримент та індуктивні міркування залишаються потужним інструментом. Вчителі математики знають, що емпіричний досвід побудови трикутників більш впевнить їх в ознаках рівності ніж доведення з підручника. Експериментально можна в школі, у 6-7 класах досліджувати властивості подільності, 10-11 класах – властивості елементарних функцій тощо. Рівень L2 дозволяє робити висновки на основі розібраних задач без розгляду загального випадку, формальний опис якого містить технічні труднощі. Так, наприклад, до формального вивчення комбінаторики можна ознайомити учнів з методами розв’язування основних комбінаторних задач та комбінаторними сполуками. Рівень L3 дає можливість обґрунтовувати твердження спираючись на ілюстрації, геометричні, механічні, оптичні інтерпретації тощо. Такими є, наприклад, доведення формул включення-виключення за допомогою діаграм Ейлера, нерівності Єнсена за допомогою графіків. Попередньою сходинкою до формального стає рівень L4. Для застосування аргументацій цього рівня характерно використання “майже очевидних”, але глибоких за змістом тверджень. Вище наведено приклад про медіани трикутника, можна тут також додати доведення майже всіх формул з комбінаторики шкільного курсу (правило множення не тільки не доводиться, але й чітко не формулюються). На рівні L5 чітко визначається система базових тверджень, які отримують строгі формулювання, відслідковується логічна структура доведення. Нарешті, аргументація найвищого рівня L6 передбачає використання формальних логіко-математичних мов. Актуальність використання цього рівня може різко зрости в недалекому майбутньому у зв’язку з впровадженням в навчальну практику систем штучного інтелекту.

Підкреслимо, що використання аргументації усіх рівнів сприятимуть мотивації вивчення математики і дає можливість популяризації математичних знань та їх застосувань.

Покажемо тепер як можна аргументувати локальну теорему Муавра-Лапласа теорії ймовірностей на наочно-інтуїтивному рівні. Наведемо формулювання цієї теореми [6, 123].

*Теорема.* Нехай  $npq \rightarrow \infty$  при  $n \rightarrow \infty$ . Тоді для цілих  $m$ , що задовольняють умові

$$\left| \frac{m - np}{\sqrt{npq}} \right| \leq C \text{ (тут } C \text{ – довільна, але фіксована стала)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C_n^m p^m q^{n-m}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{m - np}{\sqrt{npq}} \right)^2 \right\}} = 1$$

Інтуїтивно, фактично можна стверджувати, що мова йде, що при певних умовах для достатньо великих значеннях  $n$  величини  $p_n(k)$  наближено дорівнюють  $\frac{1}{\sqrt{npq}} f(x)$ , де

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}.$$

Нехай  $\mu = np$ ,  $\sigma = \sqrt{npq}$ . Далі розглядаємо

$$\frac{p_n(k+1)}{p_n(k)} - 1 = \frac{n-k}{k+1} \cdot \frac{p}{q} - 1 = \frac{np - pk - qk - q}{(k+1)q} = \frac{np - k - q}{(k+1)q},$$

Вважаючи число  $k$  достатньо великим по відношенню до 1 приходимо до наближеної рівності (нехтуємо  $q$ )

$$\frac{p_n(k+1)}{p_n(k)} - 1 = \frac{np - k}{kq}.$$

Робимо очевидні перетворення правої частини:

$$\frac{np - k}{kq} = \frac{np - k}{\frac{k}{np} \cdot npq} = \frac{np - k}{npq} \cdot \frac{k}{np}.$$

Проаналізуємо тепер дільник  $\frac{k}{np}$ . В силу нерівності  $\left| \frac{k - np}{\sqrt{npq}} \right| \leq C$  маємо, що

$k = np + \alpha C \sqrt{npq}$ , тут  $|\alpha| < 1$ . Тоді

$$\frac{k}{np} = \frac{np + \alpha C \sqrt{npq}}{np} = 1 + \frac{\alpha C q}{\sqrt{npq}}.$$

Виходячи з того, що  $npq \rightarrow \infty$  та обмеженість  $\alpha C q$ , маємо, що  $\frac{\alpha C q}{\sqrt{npq}}$  нескінченно

мала. Отже,  $\frac{k}{np} \rightarrow 1$ . Але тоді маємо наближену рівність:

$$p_n(k+1) - p_n(k) = \frac{np - k}{npq} p_n(k).$$

Застосовуючи ідею континуалізації цієї наближеної рівності приходимо до диференційного рівняння

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\mu - x}{\sigma^2} p(x),$$

Очевидне інтегрування якого дає нам загальний розв'язок:

$$p(x) = c \cdot \exp \left\{ -\frac{(x - m)^2}{2\sigma^2} \right\}$$

Невідома константа дізнається з умови нормування та через значення інтегралу

Ейлера-Пуассона:  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \sqrt{2\pi}$  [6, с. 37-38].

Для інтуїтивного обґрунтування інтегральної теореми Лапласа достатньо довести наближену формулу:

$$P(k_1 \leq k \leq k_2) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} \exp\left\{-\frac{t^2}{2}\right\} dt.$$

Тут  $x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}$ ,  $x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$ . Для цього розбиваємо проміжок  $[x_1; x_2]$  точками

$t_k = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$ , де  $k$  – натуральні числа від  $k_1$  до  $k_2$ . Нехай  $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k = \frac{1}{\sqrt{npq}}$ . Маємо:

$$P(k_1 \leq k \leq k_2) = \sum_{i=k_1}^{k_2} p_n(i) \approx \sum_{i=k_1}^{k_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{i - np}{\sqrt{npq}}\right)^2\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{i=k_1}^{k_2} \exp\left\{-\frac{1}{2}t_i^2\right\} \Delta t_i.$$

На останню суму дивимось як на інтегральну, що завершує інтуїтивне обґрунтування.

Наведені вище обґрунтування можуть бути застосовані в процесі навчання як початкові аргументації, які пояснюють чому саме такий вигляд можуть мати відповідні теореми. Важливо, щоби при формальному розгляді студенти розуміли недоліки таких “доведень”. Так, наприклад, дуже важливим є питання про появу диференційованої функції замість дискретної моделі. У той же час, для технічних та економічних спеціальностей, на нашу думку, наведені вище міркування є вичерпними. Можна вести розмову про універсальну послідовність ознайомлення з даними теоремами. Вона включає три етапи. Етап перший, експериментальний. Він передбачає проведення обчислювального експерименту. Його можна реалізовувати ще на шкільному етапі вивчення теорії ймовірностей. Другий етап описаний в даній статті є роз’ясненням до третього етапу – формального доведення, який доцільно проводити лише для студентів математичних спеціальностей.

**Висновки.** Отже, бачимо, існує можливість ознайомити студентів та учнів класів з поглибленим вивченням математики з інтуїтивними обґрунтуваннями локальної та інтегральної теорем Лапласа для біноміального розподілу. Дана схема стає ефективною після підготовчої роботи, пов’язаної з проведенням обчислювального експерименту і може бути також застосована як пропедевтична при формальному вивченні теорії ймовірностей. У той же час залишаються у цій схемі недослідженими питання щодо коректності переходу від дискретної моделі до континуальної, більш детальне обґрунтування вибору малого параметру. Відкритим на сьогоднішній день залишається побудова аналогічних схем обґрунтувань граничних теорем для сум випадкових величин, у тому числі в найпростішому варіанті, коли усі випадкові величини мають однаковий розподіл.

Питання щодо ефективності запропонованих схем у процесі навчання може бути досліджено шляхом проведення цілеспрямованого педагогічного експерименту.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Арнольд В.И. Экспериментальная математика / В. И. Арнольд. — М.: Фазис, 2005. — 64 с.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов/ В. Е. Гмурман. — М.: Высшая школа, 1972. — 368с.
3. Жалдак М.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів/ М. І. Жалдак, Н. М. Кузьміна, Г. О. Михалін. — К.: , 2006. — 492с.
4. Коваленко И. Н. Теория вероятностей и математическая статистика/ И. Н. Коваленко, А. А. Филиппова. — М.: Высшая школа, 1973. — 368с.
5. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей / А. Н. Колмогоров. — М.: Наука, 1974. — 119с.

6. Новікова Л. В. Теорія ймовірностей і математична статистика: навчальний посібник/ Л. В. Новікова, Б. Д. Котляр, В. І. Бичков. – К.: Техніка, 1996. – 184с.
7. Плоцки А. Стохастические задачи и прикладная направленность в обучении математики /А. Плоцки // Математика в школе. - 1991. - №3. - С.69-71.
8. Реньї А. Заради чого необхідно викладати теорію ймовірностей/А. Реньї // Математика в школі. - 1998.- №1.- С.31-32.
9. Трунова О. В. Навчання початків теорії ймовірностей і вступу до статистики в ліцеях і класах з поглибленим вивченням математики : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Трунова Ольга Василівна. – К., 1991. – 211 с.
10. Турчин В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика/ В. Н. Турчин.— Д.: Изд-во Днепропетр. нац. ун-та, 2008. — 656 с.
11. Тутубалин В. Н. Теория вероятностей. Краткий курс и научно-методические замечания/ В. Н. Тутубалин. – М.: МГУ, 1972. – 228с.
12. Хінчин О.Я., Яглом А.М. Перше знайомство з теорією ймовірності / О. Я. Хінчин, А. М. Яглом // Математична хрестоматія. – К.: Освіта, 1968.- С.183-199.

#### **РЕЗЮМЕ**

**Кирман В.К.** *Подходы к обоснованию предельных теорем для биномиального распределения.* В статье предложена схема изложения материала, связанного с локальной теоремой Муавра-Лапласа и интегральной теоремы Лапласа на интуитивном уровне с использованием неформальных рассуждений, доступных как для учащихся старших классов, где углубленно изучается математика, так и для студентов технических и экономических специальностей высших учебных заведений. В теоретическом обосновании предлагается вести речь про аргументацию математических утверждений при обучении математике. Показано, что понятие аргументации носит не только формально-логический характер, но также коммуникативный и ценностно-эмоциональный. Иллюстрируется аргументация на нескольких уровнях: экспериментально-индуктивном (L1), аналогии (L2), наглядно-индуктивном (L3), полупоформальном (L4), формальном (L5), суперформальном (L6). Наглядно-интуитивные и полупоформальные аргументации рассматриваются как автономные, так и в системе последовательной аргументации, где осуществляется постепенный переход от экспериментального к формальному уровню аргументации.

**Ключевые слова:** предельные теоремы, биномиальное распределение, урони аргументации, неформальное доказательство.

#### **SUMMARY**

**V. Kyrman.** *Approaches to substantiation of boundary theorems for binomial distribution.* Construction of material presentation scheme as for the local Muavr-Laplas theorem and integral Laplas theorem on the intuitive level using informal considerations, available both for schoolchildren of senior classes, who study mathematics on the advanced level, as well as for the students of technical and economic study fields of higher educational establishments. Theoretical grounding suggests having in question the argumentation of mathematical statements while teaching mathematics. The concept of an argumentation is illustrated to have not only formal and logical but also communicative and emotional nature. Argumentation is illustrated on several levels: experimental-inductive level (L1), analogy (L2), visual-intuitive level (L3), semi-formal level (L4), formal level (L5), superformal level (L6). Visual-intuitive and semi-formal argumentations are studied both as autonomous ones and in the system of a consecutive argumentation, where a gradual transition from the experimental to the formal level of the argumentation is realized.

**Key words:** boundary theorems, binomial distribution, levels of argumentation, informal proves.

**УДК 378.016.04:51**

**О.І. Матяш**

**М.В. Савченко**

Вінницький державний педагогічний університет  
імені Михайла Коцюбинського

### **АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ НАВЧАННЯ СТЕРЕОМЕТРІЇ В УМОВАХ ПРОФІЛЬНОГО НАВЧАННЯ**

Виокремлено і обґрунтовано окремі проблемні аспекти навчання стереометрії в старшій школі за різними рівнями в умовах профільного навчання: умови навчальних програм з геометрії для 10-11 класів різних рівнів; забезпеченість шкіл необхідними підручниками геометрії; готовність і здатність вчителя математики забезпечити навчання стереометрії на різних рівнях відповідно до профілю навчання. В процесі підготовки майбутнього вчителя математики виділено головні проблеми: проблема навчального часу та проблема



якісного навчально-методичного оснащення. У статті зазначено, що рівень шкільної геометричної освіти випускників школи на сучасному етапі залежить від якості впровадження ідеї профільного навчання у старшій школі. Ефективність профільного навчання стереометрії значно залежить як від фахової компетентності вчителів математики, так і від якості навчально-методичного оснащення навчання геометрії в школах України.

**Ключові слова:** профільне навчання, старша школа, навчання стереометрії, готовність вчителя математики, підручник геометрії, навчальні програми з геометрії.

**Постановка проблеми.** Головною метою сучасної освітньої системи в Україні є створення умов для успішного навчання і виховання, розвитку і самореалізації кожної особистості, формування покоління, здатного навчатися упродовж всього життя. Так проголошено в ключових освітніх документах України. Одним із таких документів є Концепція профільного навчання в старшій школі.

Профільне навчання покликане підсилити умови диференціації навчання в старшій школі. Профільне навчання має сприяти формуванню у старшокласників прагнення до самооцінки власних можливостей, здібностей та знань; формуванню здатності приймати рішення щодо наступного здобуття професійної освіти та майбутньої професійної діяльності; формуванню початкових професійних якостей та інтересів. Профільне навчання має забезпечити умови здобуття необхідної фундаментальної підготовки та загальноосвітнього розвитку для майбутньої професійної підготовки за обраним профілем.

У 2010-2011 навчальному році відповідно до згаданої Концепції старша загальноосвітня школа повністю перейшла на профільне навчання учнів. Варто зазначити, що цей перехід відбувся в умовах загального визнання недостатнього рівня знань та умінь випускників, зокрема, з математики. Такі висновки ґрунтуються на результатах моніторингу математичних знань школярів різних міжнародних досліджень, аналізах результатів ДПА та ЗНО з математики. Традиційно важкими для учнів на таких випробовуваннях виявляються стереометричні задачі. На ЗНО їх розв'язують лише 3-9 % учасників зовнішнього незалежного оцінювання з математики. Зрозуміло, що особливо складними, або і зовсім непосильними, такі задачі є для учнів, які навчаються в умовах профільного навчання на рівні стандарту.

**Аналіз останніх досліджень.** Зміст, форми і методи навчання стереометрії досліджували О.Д. Александров, Г.П. Бевз, М.І. Бурда, Н.А. Глаголев, С.В. Иванова, А.П. Кисельов, І.Г. Ленчук, О.В. Погорелов, Г.І. Саранцев, З.І. Слєпкань, В.О. Тадеєв, Н.А.Тарасєнкова, Л.Г. Філон.

Теоретико-методологічні засади профільного навчання розробляли Н. Аніскіна, Н. Десятниченко, В. Кизенко, В. Крупник, Е. Полат, Н. Шиян та ін. Психологічні основи профільного навчання визначали П. Лернер, Г. Логінова,

В. Огнев'юк, Ю. Расаєкін, Л. Філатова, Н. Харитонов та інші. Організаційні аспекти профілізації школи досліджували Н. Аніскіна, Б. Біляк, С. Волянська, С. Ковпак, Г. Москалик, Е. Огородников, С. Чиж та інші. Проблеми і перспективи розвитку профільного навчання в Україні та Росії вивчали В. Болотов, М. Віднічук, Г. Мємега, Т. Ремєх, І. Щєрбо та інші. Структуру, особливості, проблеми і перспективи сільської профільної школи визначали А. Вифлєємський, Г. Іванюк, А. Остапенко та інші.

Водночас варто зазначити, що реалії впровадження профільного навчання в Україні є актуальним і недостатньо дослідженим питанням.

**Мета даної статті:** виявити і охарактеризувати проблемні аспекти навчання стереометрії в старшій школі за різними рівнями в умовах профільного навчання.

**Виклад основного матеріалу.** Наші дослідження свідчать, що таких проблемних аспектів навчання стереометрії в старшій школі за різними рівнями в умовах профільного навчання є немало і всі вони потребують ґрунтового аналізу, а головне пошуку прийомів, методів та засобів їх розв'язання. В даній статті зосередимо увагу на окремій їх вибірці:

- проблема умов виконання навчальних програм з геометрії в 10-11 класах (рівня стандарту, академічного рівня; профільного рівня);
- проблема наявності підручників геометрії для старшої школи;
- проблема сформованості готовності і здатності вчителя математики забезпечити належні умови навчання стереометрії на різних рівнях у відповідності до обраних учнями профільних напрямів.

*Проблема умов виконання навчальних програм з геометрії в 10-11 класах: рівня стандарту, академічного рівня; профільного рівня.* В інструктивно-методичному листі МОН молоді та спорту України, щодо навчання математики у 2012-2013 навчальному році, запропоновано орієнтовні тематичні плани навчання геометрії в старшій школі окремо для рівня стандарту, для академічного рівня, для профільного рівня та для класів з поглибленим вивченням математики. Уважний аналіз цих тематичних планів дозволив виявити наступне:

- за всіма вказаними рівнями основний зміст і послідовність вивчення нового матеріалу із стереометрії є однаковими: паралельність прямих і площин у просторі; перпендикулярність прямих і площин у просторі; координати, геометричні перетворення та вектори у просторі; геометричні тіла; об'єми та площі поверхонь геометричних тіл;
- основна відмінність тематичного планування за різними рівнями у кількості годин на вивчення стереометрії, згадалі, та на вивчення кожної вказаної теми. Загальні показники: рівень стандарту – 102 години; академічний рівень – 140 годин; профільний рівень – 280 годин; рівень поглибленого вивчення математики – 280 годин.

Нагадаємо, що згідно з Концепцією профільного навчання в старшій школі: рівень стандарту – обов'язковий мінімум змісту математики; академічний рівень – обсяг змісту достатній для вивчення математики у вищих навчальних закладах; рівень профільної підготовки – зміст навчання математики має бути поглибленим. 102 години навчання стереометрії за рівнем стандарту на 10 та 11 класи це один урок геометрії на тиждень із завданням програми: сформулювати обов'язковий мінімум знань та умінь із стереометрії. Не розгортаючи попередню тезу, звернемо увагу, що для академічного рівня кількість годин на два навчальні роки вивчення стереометрії не є значно більшою: лише в одному півріччі – два уроки на тиждень. При цьому завдання програм для академічного рівня - обсяг змісту сформованих знань та умінь учнів має бути достатнім для вивчення математики у вищих навчальних закладах. Ситуація не була б такою тривожною, якби справжній розподіл випускників школи у вищих навчальних закладах хоча б наближався до відповідного розподілу профільного навчання. Для прикладу, педагогічні університети, які готують майбутніх учителів математики за напрямом підготовки «Математика» працюють, в основному, із студентами, які в школі не вивчали математику на поглибленому та профільному рівнях. І основні причини тут не в університетах, а соціальні.

*Проблема наявності підручників геометрії для старшої школи.* Згідно рекомендацій МОН молоді та спорту України, навчання геометрії в старшій профільній школі має відбуватись за одним із рекомендованих підручників, очевидно, у відповідності до обраного учнем профілю навчання. Таким чином, наприклад, для 10 класу перелік рекомендованих підручників такий:

- рівень стандарту – «Математика 10» (Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К.); «Математика 10» (Колесник Т.В., Мальований Ю.І., Тарасенкова Н.А.); «Математика 10» (Бевз В.Г., Бевз Г.П.);
- академічний рівень – «Геометрія 10» (Бурда М.І., Тарасенкова Н.А.); «Геометрія 10» (Біляніна О.Я., Білянін Г.І., Швець В.О.);
- профільний рівень – «Геометрія 10» (Бевз В.Г., Бевз Г.П., Владімірова Н.Г., Владіміров В.М.);
- поглиблене навчання математики – «Геометрія 10» (Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С.).

Вказані підручники пройшли конкурсний відбір, в них закладені ідеї прикладної спрямованості навчання, здійснено відбір і адаптацію задач відповідно до рівнів навчання тощо. Під час педагогічної практики в старшій школі студентів освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліст нами виявлено, що геометрію в 10 та 11 класах учні, навіть міських шкіл, вивчають за підручниками, які знайшлися в школі. При цьому учні гуманітарних класів працюють на уроках геометрії з підручниками для профільного рівня, а іноді учні, які вивчають стереометрію на академічному рівні працюють з підручниками геометрії О.В. Погорелова 90-х років. В цих умовах питання якості навчання стереометрії загострюється і збільшується кількість проблем, які змушений самотійно розв'язувати вчитель математики.

*Проблема сформованості готовності і здатності вчителя математики забезпечити належні умови навчання стереометрії на різних рівнях у відповідності до обраних учнями профільних напрямів.* Серед завдань профільного навчання, які має забезпечити, зокрема, вчитель математики:

- створення мов для врахування й розвитку пізнавальних і професійних інтересів та здібностей учнів у процесі навчання;

- забезпечення наступно-перспективних зв'язків між загальною середньою і професійною освітою відповідно до обраного профілю навчання.

Здатність і готовність майбутнього вчителя математики на високому якісному рівні створити умови для ефективного формування свідомих знань та умінь старшокласників з геометрії у відповідності до обраного учнями профілю навчання передбачає наявність відповідних організаційно-педагогічних умов в педагогічному університеті для формування таких компетенцій майбутнього вчителя математики.

Майбутній вчитель математики у процесі фахової підготовки має отримати ґрунтовні знання та сформовані компетенції щодо специфіки профільного навчання стереометрії в старшій школі, методичних особливостей різних шкільних підручників для навчання геометрії за різними рівнями, щодо ефективних методів, прийомів та засобів формування знань та умінь учнів із стереометрії, розвитку їх особистості засобами стереометрії відповідно до обраного профілю навчання. Досягнення вказаних завдань має бути передбачене ще на рівні освітньо-кваліфікаційних характеристик та освітньо-професійних програм підготовки спеціаліста та магістра математики для педагогічної діяльності в старшій школі. Головні проблеми в організації процесу підготовки майбутнього вчителя математики: проблема навчального часу та проблема якісного навчально-методичного оснащення.

**Висновки.** Рівень шкільної геометричної освіти випускників школи нині залежить від якості впровадження ідеї профільного навчання в старшій школі. Ефективність профільного навчання стереометрії значно залежить від фахової компетентності вчителів математики та якості навчально-методичного оснащення навчання геометрії в школах України.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Концепція профільного навчання в старшій школі. – К., 2003. – 14 с.
2. Наказ Міністерства освіти і науки України №854 від 11 вересня 2009 року «Про затвердження нової редакції Концепції профільного навчання у старшій школі»

#### РЕЗЮМЕ

**Матяш О.И.** Актуальные проблемы обучения стереометрии в условиях профильного обучения. Выделены и обоснованы отдельные проблемные аспекты обучения стереометрии в старшей школе по различным уровням в условиях профильного обучения: условия учебных программ по геометрии в 10-11 классах для разных уровней; обеспеченность школ необходимыми учебниками геометрии, готовность и способность учителя математики обеспечить обучение стереометрии на разных уровнях в соответствии с профилем обучения. В процессе подготовки будущего учителя математики выделены основные проблемы: проблема учебного времени и проблема качественного учебно-методического оснащения. В статье указано, что уровень школьного геометрического образования выпускников школы на современном этапе зависит от качества внедрения идеи профильного обучения в старшей школе. Эффективность профильного обучения стереометрии

значительно зависит как от профессиональной компетентности учителей математики, так и от качества учебно-методического оснащения обучения геометрии в школах Украины.

**Ключевые слова:** профильное обучение, старшая школа, обучение стереометрии, готовность учителя математики, учебник геометрии, учебные программы по геометрии

#### SUMMARY

**O. Matyash, M. Savchenko. Actual problems of teaching solid geometry in the discipline-based learning conditions.** Separate problematic aspects of teaching solid geometry at senior school on different levels in the conditions of discipline-based learning are singled out and proved: conditions of geometry curricula in the 10<sup>th</sup>-11<sup>th</sup> forms of different levels; provision of schools with necessary manuals; readiness and ability of a teacher in mathematics to provide training solid geometry on different levels according to the field of study. In the process of mathematics teachers'-to-be training the main problems have been pointed out: the problem of time for studying and the problem of educational methodological equipment quality. It has been stated in the article that the level of school-leavers school geometry education at the modern stage depends on the quality of discipline-based learning implementation idea at senior school. Effectiveness of discipline-based geometry learning greatly depends on teachers in mathematics professional competence, as well as on the quality of educational methodological equipment in teaching geometry at schools of Ukraine.

**Key words:** discipline-based learning, senior school, teaching solid geometry, math teacher readiness, manual in geometry, curricula in geometry.

УДК 372.851:004.75

Н.В. Рашевська

Криворізький національний університет

### ТИПИ ОРГАНІЗАЦІЇ ПРОЦЕСУ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНІЧНОМУ ВНЗ ЗА МОДЕЛЛЮ ЗМІШАНОГО НАВЧАННЯ

У статті наведено тлумачення поняття «змішане навчання», визначено переваги змішаного навчання над традиційним навчанням, показано його особливості. Розглянуто три підходи до організації процесу навчання вищої математики у вищих технічних навчальних закладах за моделлю змішаного навчання: модель мінімальної підтримки аудиторної роботи студентів; модель часткової інтеграції засобів дистанційного навчання з навчанням в аудиторії; модель повної інтеграції інформаційно-комунікаційних технологій з традиційним навчанням. Указано переваги та недоліки кожного підходу, визначено ознаки (багаторазове використання, модульність, зручний інтерфейс, гнучкість) та вимоги до навчальних матеріалів, що використовують для організації процесу змішаного навчання.

**Ключові слова:** інформаційно-комунікаційні технології, модель змішаного навчання, платформи та системи для підтримки процесу навчання, вища математика, вищий технічний навчальний заклад.

**Постановка проблеми.** Система вищої освіти України не можлива без упровадження у процес навчання інформаційно-комунікаційних технологій. Як зазначено в проекті Національної стратегії розвитку освіти в Україні на 2012-2021 роки, метою Національної стратегії розвитку освіти є: підвищення доступності якісної, конкурентоспроможної освіти для громадян України відповідно до вимог інноваційного розвитку суспільства, економіки, кожного громадянина; забезпечення особистісного розвитку людини згідно з її індивідуальними задатками, здібностями, потребами на основі навчання упродовж життя. А пріоритетом розвитку освіти є впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), що забезпечують удосконалення навчально-виховного процесу, доступність та ефективність освіти, підготовку молодого покоління до життєдіяльності в інформаційному суспільстві [2]. Реалізація зазначеного проекту у системі вищої освіти України сприятиме досягненню основної мети – підготовки висококваліфікованих фахівців, які будуть конкурентоспроможними на національному, європейському та світовому ринках праці.

**Аналіз останніх досліджень** показав, що впровадження інформаційно-комунікаційних технологій у процес навчання приводить до виникнення нової моделі навчання – моделі змішаного навчання. Проблемі використання інформаційно-комунікаційних технологій у процесі вивчення дисциплін фізико-математичного профілю у



вищій школі присвячено роботи В. Ю. Бикова, К. В. Власенко, А. М. Гуржія, М. І. Жалдака та його школи, С. А. Ракова, К. І. Словак, Ю. В. Триуса.

**Метою статті** є розгляд різних підходів до організації процесу навчання вищої математики за моделлю змішаного навчання.

**Викладення основного матеріалу.** Під змішаним навчанням розуміють процес навчання, за якого традиційні технології навчання поєднуються з інноваційними технологіями дистанційного, електронного та мобільного навчання з метою створення гармонійного поєднання теоретичної та практичної складових процесу навчання [1].

Як зазначає Ш. Стрікланд [3], навчатися дистанційно спроможні не всі – у середньому тільки 30 % студентів доходять до кінця дистанційного курсу, тому виникає необхідність поєднати технології дистанційного, електронного та мобільного навчання з аудиторним для створення моделі змішаного навчання.

Організація процесу навчання вищої математики в технічному університеті за моделлю змішаного навчання сприяє:

- переходу до особистісно-орієнтованого навчання, при якому студенти стають активними учасниками процесу навчання, а сам процес – інтерактивним;
- збільшенню взаємодії між викладачем та студентом, студентів між собою та використанню студентами навчальних ресурсів мережі;
- розширенню можливостей отримання навчальних відомостей студентами;
- комплексному формуванню та збагаченню механізмів оцінювання студентів.

До переваг змішаного навчання вищої математики над традиційним можна віднести наступне:

- студент стає активним учасником процесу не тільки в аудиторії, але й за межами її, що сприяє підвищенню його пізнавальної активності;
- навчальні відомості доступні студенту в зручний для нього час та в зручному місці, оскільки доступ до матеріалів є мобільним;
- процес навчання вищої математики студентів технічних ВНЗ стає професійно спрямованим за рахунок уведення до процесу навчання такого програмного забезпечення як мобільні системи комп'ютерної математики та динамічної геометрії;
- доступність різноманітних засобів комунікації: електронної пошти, блогів, диспутів, чатів та wiki.

При організації змішаного навчання вищої математики в технічному університеті можна виокремити наступні три типи моделі:

- тип 1 – модель мінімальної підтримки аудиторної роботи студентів. Організація самостійної роботи студентів забезпечується за допомогою сайту університету (кафедри) або хмарного середовища, що надає можливість розміщувати текстові файли. За такою моделлю основна робота викладача зі студентами припадає на аудиторні заняття. В мережі викладач розміщує конспекти лекцій, конспекти практичних занять, завдання для самостійної та аудиторної роботи. Зворотній зв'язок між викладачем та студентами відбувається тільки засобами електронної пошти. Консультації проводяться аудиторно згідно розкладу. Така модель відповідає традиційному процесу навчання із мінімальною підтримкою самостійної роботи студента. Єдиною значною перевагою даної моделі є те, що студенту не потрібно самостійно вишукувати та систематизувати навчальні матеріали. До недоліків можна віднести відсутність постійного взаємозв'язку з групою та викладачем.

Прикладом середовища, що може бути покладено в основу такої моделі є Dropbox. Зазначимо, що Dropbox це хмарна технологія, що надає можливість зберігати навчальні матеріали на серверах у хмарі та ділитися цими відомостями з іншими студентами в мережі. Робота в Dropbox побудована таким чином, що як викладач, так і студенти можуть розміщувати свої матеріали в базі даних і отримувати відповіді чи рекомендації по ним. На



сьогодні доступ до Dropbox можливий як зі стаціонарного комп'ютера, так і з мобільного пристрою.

– тип 2 – модель часткової інтеграції засобів дистанційного навчання з навчанням в аудиторії. Така модель являє собою повну підтримку процесу навчання вищої математики інноваційними засобами мережі Інтернет. Усі навчальні матеріали, домашні завдання, завдання для самостійної та аудиторної роботи можуть бути розташовані на вільно поширюваній платформі або у створеній викладачем групі в соціальній мережі. Засобами комунікації в такій моделі можуть виступати Skype, чат або форум групи.

Прикладом платформи, що може бути використана в такій моделі є платформа Piazza (<https://piazza.com/mit/fall2012/1801/home>) для інтерактивної навчальної позааудиторної взаємодії викладача зі студентами та студентів між собою. Засобом комунікації даної платформи є форум для спілкування учасників курсу, на якому будь-хто може розмістити питання чи коментарі з матеріалів курсу, домашніх завдань тощо (рис. 1 а), б)).

До недоліків такої моделі можна віднести:

- письмові роботи студентів викладач отримує за допомогою електронної пошти;
- на інтерактивних платформах неможливо розмістити аудіо та відеоматеріали;
- в такій моделі є неможливою організація тестування студентів;
- в платформу неможливо інтегрувати тренажери для відпрацювання математичних навичок.

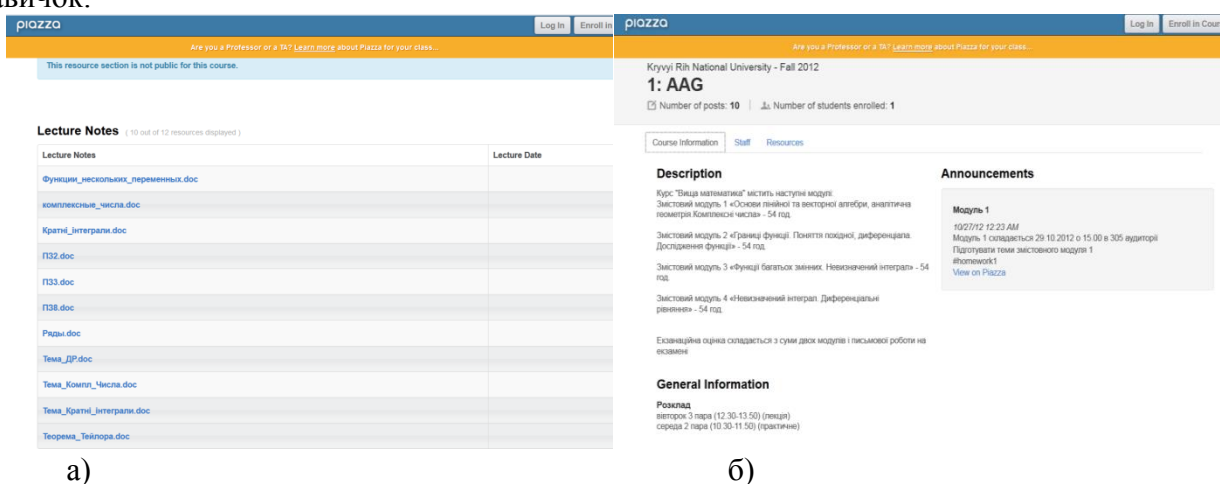


Рис. 1. Платформа для інтерактивного навчання Piazza

– тип 3 – модель повної інтеграції інформаційно-комунікаційних технологій з традиційним навчанням.

Центральне місце в системі підтримки змішаного навчання займає сервер мобільної системи підтримки навчання (МСПН). Саме на ньому зберігається навчальний матеріал курсу, що засобами МСПН може бути поданий у форматі мобільного пристрою, що використовується.

Навчальні матеріали, створені для навчання мобільними ІКТ та засобами, розташовані в мобільній системі підтримки навчання, повинні мати такі ознаки:

- **багаторазове використання**: створений один раз навчальний матеріал повинен доповнюватися та удосконалюватися;
- **модульність**: будь-який розділ курсу чи теми повинен складатися з окремих одиниць, що можуть бути імпортовані в потрібне місце навчального курсу;
- **зручний інтерфейс**: інтерфейс мобільної СПН чи мобільної СКМ повинен бути зручним у використанні студентом і не вимагати додаткових знань з програмування;
- **гнучкість**: навчальні матеріали повинні легко проглядатися на будь-якому мобільному засобі, не бути фрагментарними.

У якості МСПН можна обрати систему дистанційного навчання Moodle з інтегрованим додатком для підтримки мобільного навчання MLE.

До навчального курсу включено відомості щодо призначення курсу, відомості щодо проведення очних та дистанційних консультацій та зустрічей з викладачем, періодичних чатів, словник основних означень з навчальної дисципліни, перелік тем навчальних та дослідницьких проектів, що пропонуються студентам, лекції, відеододатки для опрацювання практичного матеріалу, завдання для практичного виконання, тренажери для набуття навичок та умінь, тестові завдання, додаткові матеріали до тем модуля.

Календарне планування з курсу, покладене в основу його структури, надає студентам можливість вільно орієнтуватися в процесі навчання. Використовуючи розроблений курс, студенти мають можливість: переглядати лекції, зміст основних понять і фактів; опановувати навчальний матеріал та переглядати приклади розв'язування вправ, завантажуючи відповідні файли; виконувати завдання; проходити тестування за обраною темою (рис. 2).

До довідкових матеріалів курсу належать текстові файли та інші документи, створені у середовищі системи комп'ютерної математики та динамічної геометрії. Використання мобільних систем комп'ютерної математики в процесі самостійної роботи з теми курсу вищої математики надає студентам можливість, по-перше, перевіряти правильність виконання завдання, а по-друге, створювати «живі» графічні об'єкти.



Рис. 2. Структура курсу в МСПН Moodle

В МСПН Moodle можна також інтегрувати тренажери для опрацювання практичного та закріплення теоретичного матеріалів (рис. 3). Можливість візуалізації роботи та активність самого студента сприяють підвищенню рівня сформованості їх знань.

У якості системи підтримки процесу навчання можна обрати довільну зручну для викладача систему, але вона повинна задовольняти наступним вимогам:

- система підтримки повинна бути вільно поширюваною, мати відкриті коди доступу для інтеграції необхідного викладачу програмного забезпечення, мати модульну структуру;
- система підтримки навчання повинна бути технічно доступною для викладача, що розробляє навчальний курс;

$f(x,y) = \sin(x+y)^2$

$f(x,y) = \sin(x+y)^2$

$f(x+\Delta x, y) = \sin(\Delta x + x + y)^2$

$\Delta f(x,y) = \sin(\Delta x + x + y)^2 - \sin(x+y)^2$

$f'_x(x,y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin(\Delta x + x + y)^2 - \sin(x+y)^2}{\Delta x} = 2 \sin(x+y) \cos(x+y)$

$f(x, y+\Delta y) = \sin(\Delta y + x + y)^2$

$\Delta f(x,y) = \sin(\Delta y + x + y)^2 - \sin(x+y)^2$

$f'_y(x,y) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\sin(\Delta y + x + y)^2 - \sin(x+y)^2}{\Delta y} = 2 \sin(x+y) \cos(x+y)$

$df = 2 dx \sin(x+y) \cos(x+y) + 2 dy \sin(x+y) \cos(x+y)$

Рис. 3. Тренажер «Знаходження частинних похідних»

- навчальні матеріали, розроблені в системі, повинні бути доступним для сприйняття студентами;
- розроблені навчальні курси для вищих технічних навчальних закладів повинні бути стандартизовані згідно робочої програми спеціальності.

**Висновки.** Модель змішаного навчання на основі мобільних ІКТ передбачає збереження загальних принципів побудови традиційного навчального процесу. Ідея застосування елементів асинхронного та синхронного дистанційного навчання в обговореній моделі полягає в тому, що певну частину навчальної дисципліни студенти освоюють за звичною для них традиційною формою навчання, а іншу частину – за допомогою технологій дистанційного, електронного та мобільного навчання. Співвідношення частин залежить від готовності викладача працювати за моделлю змішаного навчання, можливостей ВНЗ та готовності самих студентів.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Мобільні інформаційно-комунікаційні технології навчання вищої математики студентів вищих технічних навчальних закладів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: 13.00.10 «Інформаційно-комунікаційні технології в освіті» / Рашевська Наталя Василівна ; Інститут інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України. – К., 2011. – 21 с.
2. Проект Національної стратегії розвитку освіти в Україні на 2012–2021 роки [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://uitzo.gov.ua/files/proekt\\_rozvitku\\_oshviti\\_2012\\_2021\\_.doc](http://uitzo.gov.ua/files/proekt_rozvitku_oshviti_2012_2021_.doc)
3. Despite Popularity, Not Everyone Can Successfully Learn Through Online Courses [Electronic resource] / University of Missouri-Columbia. – 2008, February 28. – Mode of access : <http://www.sciencedaily.com/releases/2008/02/080226113511.htm>

#### РЕЗЮМЕ

**Рашевская Н.В. Типы организации процесса обучения высшей математики в техническом ВУЗе по модели смешанного обучения.** В статье приведены толкования понятия «смешанное обучение»,

определены преимущества смешанного обучения над традиционным обучением, указаны его особенности. Рассмотрены три подхода к организации процесса обучения высшей математики в высших технических учебных заведениях по модели смешанного обучения: модель минимальной поддержки аудиторной работы студентов; модель частичной интеграции средств дистанционного обучения с обучением в аудитории; модель полной интеграции информационно-коммуникационных технологий с традиционным обучением. Указаны преимущества и недостатки каждого подхода, определены признаки (многократное использование, модульность, удобный интерфейс, гибкость) и требования к учебным материалам, которые используют для организации процесса смешанно обучения.

**Ключевые слова:** информационно-коммуникационные технологии, модель смешанного обучения, платформы и системы для поддержки процесса обучения, высшая математика, высшее техническое учебное заведение.

#### SUMMARY

**N. Rashevs'ka. Types of higher mathematics teaching process organization according to the model of blended teaching at higher technical educational establishments.** Interpretation of the notion "blended teaching" is given in the article, the advantages of blended teaching over the traditional one are defined, and its peculiarities are shown in the article. Three approaches to higher mathematics teaching process organization according to the model of blended teaching are considered: the model of minimum support of students classroom work; the model of distant learning with learning in the classroom partial integration; the model of information and communication technologies with traditional teaching full integration. The advantages and disadvantages of each approach are pointed out, the characteristics (reuse, modularity, user-friendly interface, flexibility) and the requirements for training stuff, applied for organization of blended teaching are defined.

**Keywords:** information and communication technologies, blended teaching model, boards and systems for the teaching process maintenance, higher mathematics, higher technical educational establishment.

УДК 004.031.42

А.О. Розуменко

В.М. Ханюкова

Сумський державний педагогічний університет

### ОПОРНІ КОНСПЕКТИ ЯК ЗАСІБ ІНТЕНСИФІКАЦІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

У статті розглянуто проблему інтенсифікації навчання математики; виділено фактори, які можуть забезпечити інтенсивність навчання; функції опорних конспектів; наведено принципи складання опорних конспектів; проаналізовано технологію інтенсифікації навчання на основі схемних і знакових моделей. Автори розкривають методичні особливості використання опорних конспектів як засобу інтенсифікації навчання математики. У статті запропоновано фрагмент уроку геометрії в 10 класі, на якому за допомогою опорного конспекту організовано діяльність учнів по повторенню та систематизації знань щодо змісту аксіом планіметрії за опорним конспектом, який містить узагальнюючу таблицю з пропусками та схему, за якою проводиться оглядове повторення.

**Ключові слова:** інтенсифікація навчання, опорний конспект, геометрія, аксіома.

**Постановка проблеми та аналіз актуальних досліджень.** Система освіти орієнтує сучасного вчителя на використання у роботі різноманітних технологій, які дають можливість оптимізувати, інтенсифікувати навчально-виховний процес. На даний час їх існує ціла низка. Кожен педагог має змогу підібрати саме ті, які б, на його думку, сприяли ефективності навчання школярів, розвивали в них пізнавальну активність, стимулювали продуктивне мислення. Використання найрізноманітніших методів і методичних прийомів, як традиційних, так і нових, сприяє формуванню цілісної особистості. Уроки математики відіграють особливу роль у розвитку інтелектуальної, творчої, комунікабельної, національно свідомої людини.

У навчальній програмі з математики зазначається, що необхідно переглянути засади традиційного навчання математики в загальноосвітній школі, переорієнтувати його на формування національно свідомої, духовно багатой особистості, яка володіє уміннями і навичками вільно, комунікативно виправдано користуватися засобами математики,

формулами, графіками тощо. Все вище зазначене зумовлює пошук ефективних підходів до навчання.

Уроки математики мають бути зорієнтовані на розвиток в учнів аналітико-синтетичних умінь, умінь порівнювати, узагальнювати, класифікувати, систематизувати, визначати причинно-наслідкові зв'язки тощо. Всі ці уміння дають поштовх до формування у школярів комунікативної компетентності. Разом з тим, учнів варто вчити визначати головне і другорядне, проводити елементи дослідження, виявляти залежність явищ і фактів. Здобуті знання, уміння й навички у подальшому нададуть можливість школярам менше часу витратити на засвоєння матеріалу.

Отже, учителю варто так організувати навчальний процес, щоб учні могли узагальнювати та структурувати інформацію.

**Актуальність дослідження.** «Знання і тільки знання первісні, а творчість – вторинна. Викладач за десятиліття своєї роботи вивчає, повторює, доповнює одну й ту саму тему сотні разів. Та чим більше він її повторює, тим краще, спокійніше та творче він веде про це мову в будь-якій аудиторії». Ми поділяємо цю думку відомого педагога-новатора Віктора Федоровича Шаталова, якого вважаємо талановитим учителем математики.

Ефективність уроку залежить від багатьох чинників і не останнє місце серед них належить наочності. Досвід вчителів свідчить про те, що незалежно від форм і методів проведення уроків наявність наочності є обов'язковою.

Пошуки тих чи інших напрямів навчання зумовлюються особливостями та потребами суспільно-економічного розвитку. Впродовж століть суспільство задовольняв екстенсивний підхід до організації навчання. Екстенсивний (від лат. – розширювальний) підхід передбачає досягнення результатів у навчанні за рахунок кількісних факторів (збільшення років навчання у школі, кількості годин на вивчення навчальних дисциплін та інше). На певних етапах історичного розвитку такий підхід задовольняв суспільство. Та з часом він вичерпав свої можливості. З розвитком науки, збільшенням обсягу інформації актуалізація проблеми продукування інтелектуального багатства суспільства привела до необхідності інтенсифікації навчального процесу.

**Мета статті:** проаналізувати різні шляхи інтенсифікації навчального процесу та розкрити методичні особливості використання опорних конспектів як засобу інтенсифікації навчання математики.

**Виклад основного матеріалу.** Інтенсифікація – посилення, збільшення напруженості, продуктивності, дієвості.

Інтенсифікація передбачає досягнення у навчанні бажаних результатів за рахунок якісних факторів, тобто за рахунок напруження розумових можливостей особистості. Адже у процесі навчання у рамках екстенсивного підходу можливості мозку використовуються на 15 – 20 відсотків. Тому більш ефективно використання потенційних розумових можливостей учнів і вчителів – це найперша передумова інтенсифікації навчального процесу. Потрібно зважати на ряд факторів, які в своїй єдності і взаємозв'язку можуть забезпечити інтенсивність навчання:

- 1) організація навчального процесу на достатньому науковому рівні з погляду розуміння сутності навчання, його рушійної сили, логіки навчального процесу, методів, форм, типів;
- 2) забезпечення високого рівня психолого-педагогічної підготовки вчителів;
- 3) оптимальність змісту навчального матеріалу з погляду його доступності щодо вікових та індивідуальних можливостей школярів;
- 4) демократизація організації навчальної діяльності учнів;
- 5) створення сприятливих санітарно-гігієнічних умов для навчання (харчування, дотримання вимог повітряного, світлового, теплового режимів, гігієна розумової праці та інше);



- 6) широке використання технічних засобів навчання і, в першу чергу, комп'ютерної техніки;
- 7) володіння вчителем педагогічною технологією і технікою;
- 8) забезпечення високого соціально-економічного статусу вчителя у суспільстві [3, с. 271].

Забезпечення інтенсифікації навчання – проблема досить складна. Вона виходить далеко за межі суто педагогічних проблем. Але об'єктивні чинники соціально-економічного розвитку зумовлюють її актуальність сьогодні.

Прискорений соціально-економічний розвиток нашої країни ставить нові вимоги до людського фактору не тільки в області виробництва, а й у сфері освіти, яка повинна краще готувати молодь до життя і праці.

Оновлення всіх сторін життя суспільства, необхідність виходу на передові рубежі науково-технічного процесу, забезпечення високої ефективності виробництва, найбільш повного розвитку творчого потенціалу суспільства – все це ставить перед загальноосвітньою і професійною школою зовсім нові навчальні та виховні завдання.

Необхідно, щоб навчання формувало новий тип мислення, новий стиль діяльності, орієнтований на більш ефективне рішення освітніх, виробничих, соціальних, культурних і багатьох інших проблем.

Далеко не в повній мірі вирішена проблема шкільного перевантаження. Одночасно зі звільненням програм від ускладненого і другорядного матеріалу в них були внесені доповнення, пов'язані з новими технологіями виробництва, з глобальними проблемами сучасності. Отже, треба шукати такі способи навчання, які дозволяли б за цей же час засвоювати зростаючий обсяг знань і вмінь. Таким чином, необхідний активний пошук інтенсивних методів, форм і засобів навчання.

Багато вчителів поки що не достатньо володіють такими методами і формами навчання, які розвивають пізнавальну активність учнів. У результаті на уроках все ще говорить в основному вчитель, а учні мовчать і в кращому випадку пасивно запам'ятовують матеріал.

З вище зазначеного випливає, що основними напрямками перебудови навчання в сучасній школі є інтенсифікація і оптимізація навчального процесу.

Під інтенсифікацією навчання ми розуміємо підвищення продуктивності навчальної праці вчителя і учня в кожному одиниці часу.

Для того, щоб напруженість праці вчителя та учнів залишалася на допустимому рівні, щоб не вела до перевантаження, не позначалася негативно на їх здоров'ї і щоб в той же час їх праця була високоефективною, необхідно вибрати оптимальні варіанти навчання.

Тому інтенсифікація та оптимізація навчання повинні здійснюватися у взаємозв'язку, як найважливіші принципи наукової організації педагогічної праці. Впровадження їх у шкільну практику сприяє подоланню формалізму в навчанні, переходу від догматичної до творчої побудови навчального процесу.

Під впливом зростаючого обсягу інформації безперервно поповнюється зміст шкільної освіти. Колись, у середні віки весь зміст навіть університетської освіти було викладено всього лише в декількох книгах. Тепер їх десятки і сотні з кожного предмета. Щоб встигати за наростанням науково-практичної інформації, школа збільшувала терміни обов'язкового навчання. Але цей процес не може бути необмеженим. Суспільство не може затримувати вступ підростаючого покоління в доросле життя [3, с. 273].

Інша тенденція в гонці системи освіти за наукою і виробничою технологією виявлялася в постійному збільшенні кількості навчальних предметів. Але ж багатопредметність ускладнює навчальний процес, розриває наукові зв'язки, веде до дублювання матеріалу, що не сприяє створенню в учнів цілісної картини світу. Ось чому далі йти таким шляхом не

можна. Життя вимагає шукати шляхи раціональної інтеграції вже наявних навчальних предметів.

Лише словесні методи викладання нового матеріалу, збільшення числа навчальних предметів, збільшення кількості років навчання не сприяють швидкому засвоєнню та утриманню в пам'яті учнів певної інформації. Дидактика надає перевагу комбінаториці – поєднанню бесіди, розповіді з демонструванням наочності як під час викладання нового матеріалу, так і під час контролю знань учнів.

Прикладами таких комбінацій можуть бути опорні конспекти.

Історія опорних конспектів досить цікава. Найбільш повно досвід використання опорних конспектів у процесі навчання математики представлений В.Ф. Шаталовим.

Технологія інтенсифікації навчання на основі схемних і знакових моделей В.Ф. Шаталова сьогодні відома всьому світу, і на нашу думку, несправедливо забута в Україні. Учитель-методист вважає, що технологія навчання із застосуванням опорних конспектів базується на тому, що знання повинні бути не лише «... сприйняті слухом, треба замальовувати їх, щоб через зір предмет зазначився в уяві».

Існують різні означення поняття опорний конспект. Ми поділяємо таке трактування цього поняття:

Опорний конспект – це схеми навчального матеріалу, які визначають структуру і послідовність його викладання та вивчення.

Секрет полягає в тому, що інформація надається у вигляді схем, малюнків, які, як опорні сигнали дають учням поштовх до роздумів, аналізу, згадування знайомого матеріалу.

Застосування цього методу не залишає шансів жодному учню бути пасивним, включає в роботу кожного. При цьому цілеспрямовано розвиваються зорова і логічна пам'ять, навички роботи в малих групах, вміння аргументовано висловлювати думки, навички приймати рішення і нести за них відповідальність, забезпечується більш повне і тверде засвоєння знань. В процес навчання активно включаються зацікавлені батьки.

Під час структурування матеріалу вчитель має враховувати здатність учнів сприймати подану інформацію, він має бути спрямований на економію часу, бути доцільним та ефективним, орієнтувати дітей на подальше його вивчення у процесі самоосвітньої діяльності.

Як показали експериментальні дослідження психологів, наочні і словесні опори мають велике значення у процесі запам'ятовування. Присутність наочного образу, з яким би асоціювалося те чи інше поняття, відіграє велику роль у наступному його відтворенні. Уміння побудувати розповідь за готовим опорним конспектом є свідомством того, що учні розуміють вивчений матеріал.

У навчальному процесі опорні конспекти виконують такі функції:

- допомагають сформувати у дітей повне уявлення про тему, вчать бачити її цілісно;
- є зразком стислої передачі матеріалу, завдяки чому дозволяють набагато збільшити його обсяг засвоєння на уроці;
- сприяють розвитку логічного мислення, монологічного мовлення, особливо усного;
- вивільняють час для формування практичних умінь і навичок у процесі виконання різного роду вправ;
- забезпечують вищу якість знань, їхню системність [7, с.197].

До складання опорних конспектів ставляться певні вимоги, з якими учні мають бути ознайомлені.

### **1. Принципи складання опорних конспектів.**

1. Системність: блок – не набір різноманітних правил, він допомагає при потребі легко знайти потрібний матеріал.

2. Стислість: опорний конспект не повинен перевищувати розмірів сторінки із зошита.

3. Простота: блоки не можна перевантажувати інформацією, вони мають бути легкими для сприйняття і відтворення.

**II. Умовні позначки.**

1. Значення кожного кольору має бути постійним.
2. Правила, способи засвоєння орфограм, загальна теорія подаються мовою опори – абрєвіатурами та умовними позначками.

**III. Загальні рекомендації.**

1. Опора має бути максимально виразною, лаконічною, скомпонованою за законами логіки.
2. Блоки опорного конспекту не повинні переобтяжуватися прикладами, малюнками, оформлення не повинне відволікати.

Застосування різних способів структурування навчального матеріалу з використанням опорних конспектів, що містять головні теоретичні відомості й факти математики, є ефективним засобом інтенсивного навчання учнів на різних етапах навчання.

Опорні конспекти використовують:

- для первісного засвоєння основ теми;
- для контролю знань;
- для повторення і доповнення тем;
- для встановлення внутрішньо-предметних і міжпредметних зв'язків.

Наведемо приклад, використання опорного конспекту під час вивчення нового матеріалу. Урок можна умовно поділити на два етапи. Перший етап – бесіда, яка спрямована на мотивацію навчальної діяльності, актуалізація опорних знань, засвоєння нового матеріалу (зі слів учителя). Якщо на першому етапі учитель робити якісні записи, то вони мають бути ідентичні сигналам, які входять в опорний конспект.

Другий етап – повторний виклад матеріалу, розповідь за опорним конспектом, збільшеним до розміру плаката або форми А-4, яка доступна кожному учню. Мета повторного пояснення – стисло, доступно і в логічній послідовності відтворити уже відомі учням з попереднього етапу уроку вузлові питання теми, пов'язавши їх з опорним конспектом і наповнивши тим самим схему відповідним змістом. Для кращого запам'ятовування теоретичних відомостей робиться третє пояснення. За часом – це дві-три хвилини. Виокремлюються лише найважливіші моменти. Якщо у класі є учні, які не засвоїли матеріал і після третього пояснення, стислий виклад його повторюється. Під час пояснення опорного конспекту учні лише слухають. Записи робляться лише після повного засвоєння теми. Теоретичний матеріал підручника і робота за опорним конспектом (переказування його) – це домашнє завдання на наступний урок. На наступних етапах уроку робота за конспектами продовжується, наприклад, після пояснення нового матеріалу урок починається з письмового відтворення опорних конспектів у зошитах. Після цього на занятті робиться взаємоперевірка опорних конспектів і попереднє оцінювання їх якості у системі «учень-учень», робота в парах. Остаточну оцінку за опорний конспект виставляє вчитель.

Отже, на кожному з етапів уроку можливо інтенсифікувати процес навчання за допомогою опорних конспектів.

Крім того, опорні конспекти допомагають розв'язувати проблемні ситуації на уроках, що активізує учнів, ситуація при цьому змінюється від книжкової до виробничої; розвивається логічне, аналітичне мислення учнів; оперативно оцінюються знання учнів.

Їх можна використовувати за допомогою методичних прийомів у такій послідовності: спочатку детально розповідають матеріал, запланований на урок, і одночасно записують опорні сигнали на дошці за допомогою різнокольорової крейди. В цей час учні не пишуть, не малюють, а тільки слухають, оскільки людина не може виконувати дві дії одночасно – мислити та запам'ятовувати. Як тільки закінчили працювати з дошкою, на ній закріплюють плакат з опорним конспектом і розповідають цей самий матеріал, але дещо швидше і більш

детально, тоді переходять до пробного опитування біля дошки і плаката. Тільки після того, як учні повторили поданий матеріал, вони можуть замалювати в свої зошити опорні конспекти.

Розглянемо приклад використання опорного конспекту «Аксиоми планіметрії» під час систематизації знань і умінь учнів щодо способів застосування змісту цих аксіом до розв'язування базових задач планіметрії.

Відповідно до програми (11-річної школи академічного рівня) вивчення геометрії у 10 класі розпочинається із систематизації та повторення змісту опорних фактів планіметрії та узагальнення знань учнів щодо способів розв'язання планіметричних задач. Зрозуміло, що таке системне повторення цілком логічно розпочати саме з повторення системи аксіом планіметрії, що зумовлено низкою причин:

- по-перше, на початку вивчення курсу геометрії у 7 класі велика кількість учнів (як свідчить досвід) вивчає аксіоми досить формально і не усвідомлює практичного значення цих тверджень; проте перші стереометричні задачі будуть розв'язуватися саме із використанням аксіом – тому на прикладах найпростіших планіметричних задач на доведення слід продемонструвати учням способи застосування аксіом для розв'язування планіметричних задач;
- по-друге, на перших уроках стереометрії розпочинається робота з формування цілісного уявлення про систему фактів геометрії Евкліда та, зокрема, аксіом евклідової геометрії (стереометрії), в якій аксіоми стереометрії є логічним продовженням переліку основних властивостей найпростіших геометричних фігур у просторі (на відміну від аксіом планіметрії, що виражають основні властивості найпростіших фігур на площині).

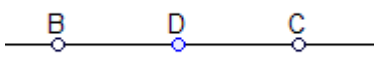
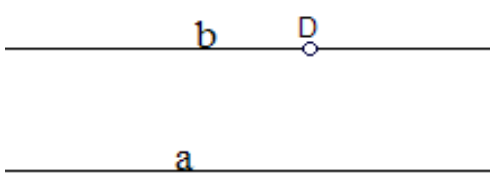
Організувати роботу учнів із повторення та систематизації знань щодо змісту аксіом планіметрії можна як самостійну роботу за опорним конспектом.

Учням пропонується таблиця (таблиця 1) з пропусками, які необхідно заповнити. Для цього треба згадати формулювання аксіом, уміти давати аксіомам геометрії інтерпретацію. На уроках учні розв'язують задачі на застосування аксіом планіметрії.

Таблиця 1

**Опорний конспект «Аксиоми планіметрії»**

| Формулювання аксіоми                                                                       | Рисунок                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| I. Яка б не була пряма, існують точки, що належать цій прямій, і точки, що не належать їй. |                     |
| III. З трьох точок на прямій одна і тільки одна лежить між двома іншими                    | <br>$AB = a, a > 0$ |

|                                                                                                                                         |                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| V. Довжина відрізка дорівнює сумі довжин частин, на які він розбивається будь-якою його точкою                                          |                                                                                                             |
|                                                                                                                                         |  $\angle BDC = 180^\circ$ |
| VII. Градусна міра кута дорівнює сумі градусних мір кутів, на які він розбивається будь-яким променем, що проходить між його сторонами. |                                                                                                             |
|                                                                                                                                         |  $a \parallel b, D \in b$ |

Розмову слід розпочати із питання, що винесено на перше місце в переліку – це означення, ознаки та властивості геометричних фігур. Ця частина бесіди нагадає учням про існування різних видів математичних тверджень, що з різних боків характеризують геометричні фігури та відношення між ними. При цьому слід звернути увагу на логічний зв'язок між твердженнями, оскільки саме ця логіка і використовується у виборі тверджень, що застосовуються для розв'язування задач.

Під час обговорення змісту аксіом слід звернути більше уваги на аксіоми вимірювання відрізків і кутів у такому сенсі: якщо точка належить відрізку, то вона ділить його на частини, сума довжин яких дорівнює довжині заданого відрізка (для кутів відповідна властивість). Після обговорення питань учні самостійно заповнюють пропуски у опорному конспекті, а потім йде оглядове повторення за схемою 1.

Ця робота має на меті підготувати учнів до відповідної роботи з аксіомами стереометрії.

**Висновки.** Опорні конспекти на уроках можуть стати постійними помічниками учнів, основою дружнього спілкування, імпульсом до активної, зацікавленої праці. Вони забезпечують роботу всього класу й швидке просування в навчанні всіх дітей. Як результат на кожному уроці з'являється резерв часу, а отже, можливість виконати велику кількість різноманітних вправ на закріплення й повторення вивченого, а також на вироблення міцних умінь і навичок. Це дає змогу працювати на майбутні теми програми, здійснювати їх перспективне вивчення. Разом з цим, опорні конспекти подають дітям цілісну картину окремих розрізнених правил, допомагають тримати в пам'яті логічні зв'язки, оскільки здебільшого опорні конспекти мають характер алгоритму і слугують для практичного використання. Використання опорних конспектів у навчанні дозволяє реалізувати принцип наочності, який є одним із основних у дидактиці.



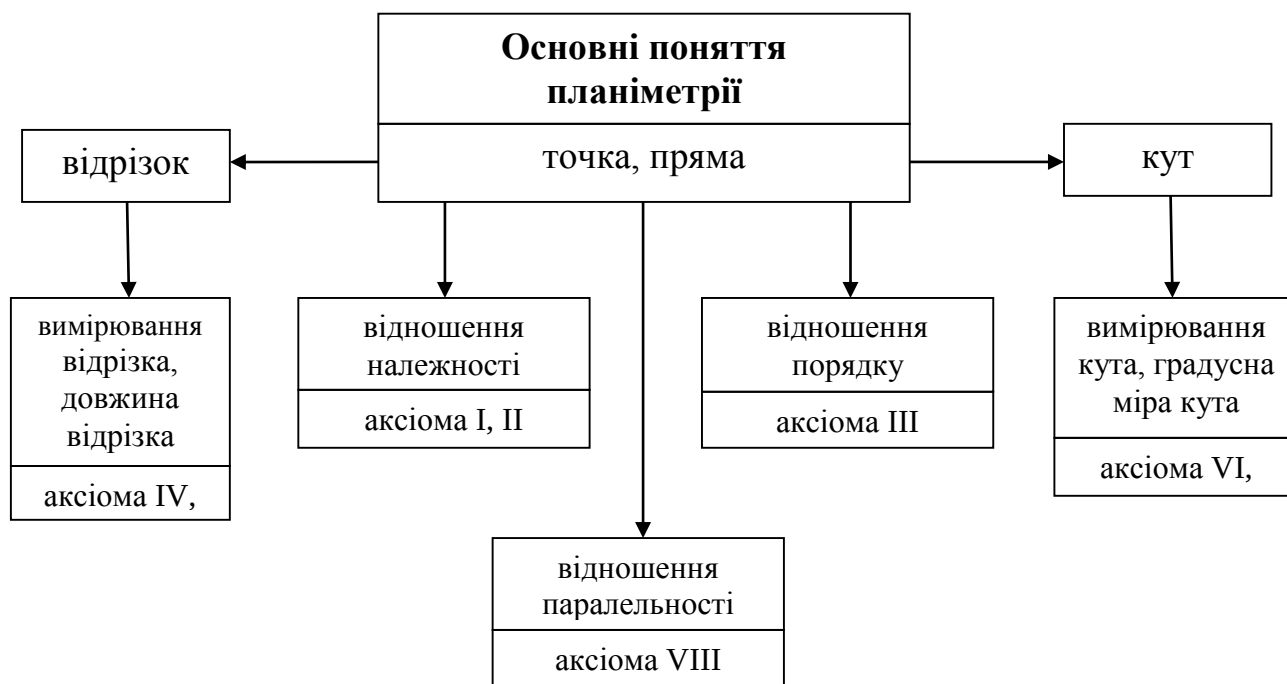


Рис. 1. Схема 1.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г.В. Планіметрія в опорних схемах, або як шукати опору в опорних конспектах, коли і навіщо / Г.В. Апостолова. – Київ: ФАКС, 2000. – 64 с.
2. Істер О.С. Геометрія: підручник для 7 класу загальноосвітніх навчальних закладів / О.С. Істер. – К.: Освіта, 2007. – 159 с.
3. Рижкова А.Ю. Актуальність інтенсифікації навчання студентів у вищих педагогічних навчальних закладах у наукових дослідженнях / А.Ю. Рижкова // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – 2011. - №6 – 7(16 – 17). – С. 269 – 275.
4. Савченко Л.В. Опорні конспекти. Геометрія 7-й клас / Л.В. Савченко // Математика. – 2002. - №25-26. – С.2-40.
5. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник / З.І. Слєпкань. – Київ: Вища школа, 2006. – 582 с.
6. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики / Н.А. Тарасенкова. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.
7. Чебикіна І.В. Використання на уроках опорних схем для інтенсифікації процесу навчання школярів / І.В. Чебикіна // Таврійський вісник освіти. – 2011. - №4(36). – С.195 – 200.

#### РЕЗЮМЕ

**Розуменко А.О., Ханюкова В.Н. Опорный конспект как средство интенсификации обучения математики.** В статье рассматривается проблема интенсификации обучения математики; выделено факторы, которые могут обеспечить интенсивность обучения; функции опорных конспектов; приведены принципы составления опорных конспектов; проанализированы технологию интенсификации обучения на основе схемных и знаковых моделей. Авторы раскрывают методические особенности использования опорных конспектов как средства интенсификации обучения математики. В статье предложен фрагмент урока геометрии в 10 классе, на котором с помощью опорного конспекта организована деятельность учащихся по повторению и систематизации знаний по содержанию аксиом планиметрии за опорным конспектом, который содержит обобщающую таблицу с пробелами и схему, по которой проводится обзорное повторения.

**Ключевые слова:** интенсификация обучения, опорный конспект, геометрия, аксиома.

#### SUMMARY

**A. Rozumenko, V. Hanyukova. Reference abstract as a means of intensifying learning mathematics.** The problem of intensifying learning mathematics to identify factors that can provide intensive training, functions supporting abstracts, presented principles for reference summaries, analyzes intensification technology-based learning circuitry and iconic models. The authors reveal methodological features of the reference summaries as a means of intensifying learning mathematics. The authors propose a piece of geometry lesson in grade 10, which with the help of the reference outline the activities organized by students chanting and systematization of knowledge on the content of

the axioms for plane geometry reference notes, which contains summary tables with space and the scheme by which conducted scoping repetition.

**Key words:** intensification of training, reference notes, geometry, axiom.

УДК 371.644

Н.А. Тарасенкова

І.М. Богатирьова

О.П. Бочко

О.М. Коломієць

З.І. Сердюк

Черкаський національний університет  
імені Богдана Хмельницького

## АВТОРСЬКА КОНЦЕПЦІЯ ПІДРУЧНИКІВ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ УЧНІВ 5–6 КЛАСІВ

У статті розглянуто концептуальні засади створення підручників математики нового покоління для 5–6 класів. Проаналізовано змістове наповнення підручників з урахуванням науково-методичних вимог Державного стандарту. Розглянуто питання науковості і доступності викладу. Особливу увагу приділено пріоритету розвивальної функції навчання. Виокремлено етапи диференційованої реалізованості: формування стійкої мотивації до вивчення предмета та ключових і предметних математичних компетентностей. У статті виділено методологічні засади побудови сучасних підручників математики через реалізацію особистісно орієнтованого, компетентнісного, діяльнісного підходів до навчання математики. Комплект підручників сприяє вихованню в учнів уважності, спостережливості, зацікавленості, відповідальності, акуратності, точності, становленню позитивної Я-концепції, відчуванню ситуацій успіху тощо.

**Ключові слова:** сучасний підручник математики, авторська концепція, методологічні та науково-методичні засади, компетентнісний підхід.

**Постановка проблеми.** Навчання математики в 5–6 класах основної школи є першим з двох основних етапів шкільної математичної освіти на її II ступені. Освітні завдання на цьому етапі реалізуються у процесі вивчення єдиного курсу математики. Його сучасні цілі і зміст визначаються Державним стандартом базової і повної загальної середньої освіти та Програмою з математики для 5–9 класів, ухвалені на I з'їзді учителів математики України і затверджені Наказом Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України № 664 від 06.06.2012 «Про затвердження навчальних програм для загальноосвітніх навчальних закладів II ступеня» [1]. Тому необхідним є створення нових підручників, зокрема, – математики, які б задовольняли сучасні вимоги.

**Аналіз актуальних досліджень.** На сучасному етапі реформування системи освіти в Україні гуманістичні цінності освіти зумовлюють зміну авторитарно-дисциплінарної моделі навчання на особистісно орієнтовану.

Формування позитивної Я-концепції особистості учня як системи усвідомлених і неусвідомлених уявлень про себе, на основі якої він будує свою поведінку, виступає однією з центральних задач особистісно орієнтованого навчання. У зв'язку з цим, в особистісно орієнтованому навчанні особливого значення набуває створення ситуацій успіху – суб'єктивних психічних станів задоволення учнів наслідками фізичної, інтелектуальної або моральної напруги. Успіх, який переживає дитина неодноразово, відкриває період визволення прихованих можливостей особистості, перетворення та реалізації духовних сил.

Суб'єктність особистості, індивідуальність учнів проявляється у вибірковості до пізнання світу – до змісту, виду й форми його подання, стійкості цієї вибірковості, способів опанування навчального матеріалу, емоційно-ціннісного ставлення до об'єктів пізнання. В особистісно орієнтованому навчанні зміст, методи і прийоми, засоби та організаційні форми мають спрямовуватись на те, щоб розкрити й використати суб'єктивний досвід кожного учня, допомогти становленню особисто значущих способів пізнання шляхом організації цілісної

навчально-пізнавальної діяльності. В освітньому процесі опанування учнем суспільно-історичного досвіду, що задається навчанням, повинно відбуватися не за рахунок витіснення його індивідуального досвіду, а шляхом їх постійного узгодження, використання всього того, що накопичено учнем у його власній життєдіяльності.

Зміст підручників має ґрунтуватися на таких методичних засадах: 1) повна реалізація вимог Державного стандарту і Програми з математики; 2) науковість і доступність; 3) наступність у двох її функціях – компенсаторній та прогностичній; 4) пріоритет розвивальної функції навчання; 5) диференційована реалізованість; 6) особистісно орієнтований, компетентнісний та діяльнісний підходи до навчання; 7) формування стійкої мотивації до вивчення предмета.

**Мета статті** – продемонструвати реалізацію освітніх завдань за допомогою авторського комплексу підручників з математики, до якого входять окремі підручники для 5 класу і для 6 класу.

**Виклад основного матеріалу.** Підручники будуються на спільних методологічних та науково-методичних засадах.

**Методологічні засади.** *Особистісно орієнтований підхід* в освіті розуміється авторами як побудова відкритої особистісної взаємодії у ході навчання, забезпечення умов для особистісного розвитку, розкриття здібностей, розуміння себе, становлення суб'єктності учня. Це передбачає звертання до суб'єктних проявів особистості та розуміння її внутрішнього світу. Спрямування навчання в особистісне русло означає його побудову на методологічних принципах гуманізму, реалізму, діяльності, самоорганізації складних систем, діалектичного редукціонізму, ціннісно-цільової сутності пізнання, інтегративності, діалогової взаємодії.

Загальновідомо, що математика як предмет вивчення у школі має непересічне значення для становлення і розвитку особистості учнів. У процесі засвоєння і застосування математичних знань, навичок і вмінь закладаються об'єктивні передумови для збагачення не тільки суто математичного, а й загальнокультурного потенціалу школярів, створюються широкі можливості для формування й розвитку мислення, пам'яті, уявлень та уяви учнів, їх наукового світогляду, алгоритмічної, інформаційної та візуальної культури, вмінь встановлювати причинно-наслідкові зв'язки між окремими фактами, обґрунтовувати твердження, математизувати реальні ситуації. За рахунок дидактично виваженої організації навчання математики видається можливим істотно впливати на інтелектуальний розвиток учнів, формувати позитивні риси особистості, розвивати розумову активність, пізнавальну самостійність, саморегуляцію, творчість у навчальній діяльності.

Необхідним є урахування особливостей системної організації сприйняття й опрацювання даних вербального і невербального характеру учнями 5–6 класів, а саме: при дії когнітивних подразників спостерігається нестійкість і велика рухливість активаційних процесів; характерними є широке одночасне залучення різних зон кори головного мозку на всіх етапах сприйняття й опрацювання даних (сенсорного аналізу, інформаційного синтезу, категоризації стимулу); виявляються вищі швидкості опрацювання даних структурами правої півкулі головного мозку; провідним, в основному, є наочно-образне мислення, яке наближається до оперування образами-категоріями (відомо, що такі образи є значно багатшими, ніж сконцентроване в понятті логізоване знання, тим більше тоді, коли словесно-логічне мислення ще не є досконалим, а знаходиться у стадії становлення); відбувається значне ускладнення системи пам'яті, при цьому обсяг пам'яті вірогідно зростає, а швидкість запам'ятовування зменшується.

Важливо формувати в учнів як логічне, так і візуальне мислення, що підтверджується даними комісії Європейського математичного товариства (EMS), які наведено у таблиці 1.

Спираючись на діалектику зв'язків між змістом і формою, необхідно урахувати роль діалектичної єдності логічного і візуального у математичній підготовці учнів, завчасно

виявляти можливі конфлікти між логічним і візуальним (як об'єктивно зумовлені, так і об'єктивно не зумовлені) та дидактично виважено добирати способи їх нівелювання.

Таблиця 1

**Схема параметрів, що визначають роль навчання математики у розвитку особистості учнів**

| Загальний розвиток                                                                                                                                                   | Світ математики                                                                                             | Застосування                                                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Алгоритми<br>Міркування, доведення<br>Мова і символи<br>Візуальне мислення<br>Перенесення у нову ситуацію<br>Інтерес до математики,<br>впевненість у її використанні | Числа<br>Геометричні фігури<br>Перетворення<br>Рівняння<br>Функції і графіки<br>Вимірювання<br>Аналіз даних | Моделювання<br>Дослідження<br>Наближені обчислення<br>Використання<br>обчислювальних пристроїв<br>Контроль і самоконтроль |

Особливої пильності потребують конфлікти, що можуть виникнути під час декодування учнями змісту навчального матеріалу. Саме тут постають питання забезпечення розуміння учнями змісту в процесі самостійної діяльності. Не менш ретельно треба поставитись до мінімізації конфліктів, які пов'язані з процедурами перекодування під час самостійного опрацювання учнями навчального матеріалу і розв'язування задач. Такі конфлікти можуть мати велику потужність і призводити до гальмування когнітивних процесів та блокування в учнів спроможності самостійно приймати рішення.

Треба урахувати і можливості проводити навчання математики у двох площинах – прямого навчання і навчання у фоновому режимі. До останнього ми відносимо пропедевтику і непряме навчання. Під час навчання у фоновому режимі залучаються потужні ресурси сфери несвідомого учнів – збагачується досвід зорового упізнавання, накопичуються певні інтуїтивні передзнання, набувається досвід виконання окремих предметно-практичних дій. Відповідне розширення системи впливів стає можливим за рахунок спеціально побудованого зорового ряду навчання і системи вправ, спрямованих на випереджальне формування в учнів умінь виконувати певні види діяльності.

Загалом, семіотичний простір, який вибудовується у ході навчання, має забезпечувати умови для вільного, психологічно комфортного життя учнів у світі умовностей шкільної математики, сприяти активній навчально-пізнавальній діяльності учнів, спонукати учнів до успішних самостійних дій.

Відповідно до *компетентнісного підходу*, кінцевим результатом навчання математики в 5 і 6 класах є певні компетентності, сформовані в учнів. Автори виходять з того, що компетентність є особистісним утворенням, яке формується на основі здобутих знань, досвіду діяльності, вироблених ціннісних орієнтацій, ставлень, оцінок. Компетентність виступає результативно-діяльнісною характеристикою освіти. Це – спроможність діяти на основі отриманих знань. Опанування курсу математики на цьому етапі має забезпечувати формування в учнів як ключових (загальнокультурних), так і окремих предметних компетентностей, перелік яких наведено в Програмі з математики.

Згідно з науковими основами *діяльнісного підходу*, під час навчання математики має відбуватися засвоєння не лише готових знань, а й способів цього засвоєння, способів міркувань, які застосовуються в математиці. Спеціально організована предметна діяльність має виступати і метою навчання, і його засобом.

**Науково-методичні засади.** Науковість змісту підручників забезпечується в першу чергу логічно послідовним розміщенням навчального матеріалу, коректним формулюванням означень понять і тверджень, достатнім рівнем строгості міркувань. Логічне упорядкування і послідовність навчального матеріалу підручників відповідають вимогам дидактики і

математики як науки. Термінологія сучасна, предметна й однозначна і відповідає вимогам онемії. Поняття вводяться в основному індуктивно, через опис, показ, характеристику. Властивості логічно виливаються із узагальнення міркувань і практичних дій. Зміст окремих понять, наприклад, кута, трикутника, розкривається за допомогою означень, а їх обсяг – із залученням класифікацій (поділу понять за певною ознакою). З одного боку, це покращить засвоєння і застосування понятійного апарату підручника, а з другого – посилить зорове його сприймання. Введення понять здебільшого спирається або на малюнок, або побудову відповідного математичного об'єкта, або на розгляд життєвої ситуації. Учні пропонуються спочатку самостійно дати означення поняттю, сформулювати властивість, а потім порівняти їх з наведеними у підручнику. Умовиводи поділені на смислові блоки, що покращує усвідомлення їх учнями.

*Доступність* учням навчальних текстів, можливість самостійно їх опрацювати – одна з особливостей підручників. Навчальний матеріал спирається на наочність і математичну інтуїцію учнів, на їх життєвий досвід, що робить його доступним. Вивчення математичних фактів, як правило, розпочинається з аналізу учнем емпіричного досвіду (відповідних прикладів із довкілля, моделей чи малюнків), або з опису практичних дій. Це дає змогу проводити невеликі дослідження, з'ясовувати істотні ознаки понять, властивості чисел, геометричних фігур і на основі цього самостійно формулювати відповідні твердження. Самостійно оволодіти навчальним матеріалом допоможе і підкріплення його малюнками, які виконують не лише ілюстративну, а й евристичну роль – на малюнках кольором виділяються дані і шукані величини, допоміжні побудови тощо. Кольорові фотографії та ілюстрації також несуть ретельно продумане дидактичне навантаження.

*Наступність* реалізується у двох її функціях. Компенсаторна функція забезпечує зв'язок із попереднім навчанням математики в початковій школі, уточнення, розширення і поглиблення змісту, виявлення і нівелювання особистих недоліків і прогалин у підготовці учнів. Прогностична функція забезпечує реалізацію пропедевтики навчання математики в наступних класах. Із цією метою, наприклад: поняття натурального числа вводиться на прикладах лічби не лише окремих предметів, а й їх груп або частин; поняття координатного променя не прив'язується до його горизонтального розміщення; правила додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками, які вивчаються в 5 класі, формулюються з урахуванням правил дій із дробами з різними знаменниками, які вивчатимуться в 6 класі; вводяться узагальнені схеми діяльності під час знаходження дробу від числа і числа за його дробом, відсотка від числа і числа за його відсотком (5 клас), які притаманні діяльності під час складання пропорцій (6 клас); учні поступово привчаються розуміти, що таке залежність величин, та виявляти такі залежності, що знадобиться їм при вивченні курсів алгебри і геометрії, тощо.

Зміст підручників спрямований на *творчий розвиток* учнів. Розвивальний ефект здебільшого відбувається на основі вироблення вмінь доказово міркувати і розв'язувати задачі, застосовуючи різні способи тощо. Але в підручниках значну увагу приділено і ознайомленню учнів зі значенням математики в діяльності людини нині і особливо в історичному контексті. Підручники містять матеріал, пов'язаний із ціннісними орієнтаціями: фрагменти історії математики, довідки про долі вчених, які творили науку, про походження термінів і символів. Розвивальна функція навчання також реалізується шляхом персоніфікованого викладу матеріалу.

*Формування ключових компетентностей* учнів – одне із центральних завдань комплексу підручників. Побудова змісту та апарату організації його засвоєння спрямовані на формування в учнів: умінь вчитися; умінь спілкуватися державною, рідною мовами; загальнокультурної компетентності, що полягає у здатності учня аналізувати й оцінювати досягнення національної та світової культури, орієнтуватися в культурному та духовному контексті сучасного суспільства, застосовувати методи самовиховання, орієнтовані на



загальнолюдські цінності; математичної компетентності (як ключової) на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх уваги, пам'яті, логіки, критичного і творчого мислення та інтуїції, здатності чітко й аргументовано формулювати і висловлювати свої судження; міжпредметної компетентності; основ інформаційно-комунікаційної компетентності; соціальної, громадянської, здоров'язбережувальної компетентностей.

Підручники спрямовані на оволодіння учнями *предметними математичними компетентностями*, що передбачає: формування пізнавального ставлення до світу та спроможності доказово і несуперечливо міркувати як основ власного загальнокультурного розвитку; розширення знань про число (від вивчених у початковій школі натуральних чисел до раціональних), формування культури усних і письмових обчислень; формування в учнів функціональних передзнань, розуміння залежностей між величинами, зокрема поданих графічно; забезпечення початкового оволодіння учнями мовою алгебри, уміннями здійснювати перетворення буквених виразів, розв'язувати рівняння, нерівності, моделювати за допомогою рівнянь реальні ситуації, пояснювати здобуті результати; формування в учнів первинних стохастичних уявлень; забезпечення оволодіння учнями (в межах програми) мовою геометрії, розвиток їх просторових уявлень і уяви, конструктивних умінь; формування в учнів знань про геометричні фігури на площині, їх властивості, а також уміння застосовувати здобуті знання у навчальних і життєвих ситуаціях; формування в учнів уявлень про простіші геометричні фігури в просторі та їх властивості, а також первинні уміння застосовувати їх у навчальних і життєвих ситуаціях; формування в учнів знань про основні геометричні величини (довжину, площу, об'єм, міру кута), про способи їх вимірювання й обчислення для планіметричних і простіших стереометричних фігур, а також уміння застосовувати здобуті знання у навчальних і життєвих ситуаціях; ознайомлення з основами методу координат; формування в учнів початкових умінь користуватися математичною мовою, символічними, графічними і табличними даними; формування уявлень про математичні поняття, факти і методи як важливі засоби моделювання реальних процесів і явищ.

Підручники розраховані на *диференційоване навчання* математики. Цьому сприяють вміщені зразки розв'язування типових задач, проблемні запитання і завдання. Для тих, хто цікавиться предметом, бажає поглибити свої знання, призначено рубрику «Дізнайтеся більше». Матеріал їх досить різноманітний, цікавий і корисний для учнів. Школярі отримують можливість, окрім зазначеного вище, розширити та поглибити свої знання стосовно основного навчального матеріалу.

Задачі підручника мають чотири рівні складності – початковий, середній, достатній і високий. Задач початкового рівня складності – це підготовчі вправи для тих, хто не впевнений, що добре зрозумів теоретичний матеріал. Задачі середнього рівня складності повинні навчитися розв'язувати усі учні, щоб мати змогу вивчати математику далі. Задачі достатнього і високого рівнів складності спрямовані на ближнє і дальнє перенесення знань і забезпечують загальний і математичний розвиток учнів. Особливістю задач підручників є те, що задачі високого рівня складності включають елементи задач середнього і достатнього рівнів, а останні – елементи задач початкового рівня. У підручниках задачі добираються у суворій відповідності до порядку введення основних об'єктів засвоєння і в такій кількості, щоб учитель зміг організувати як фронтальну, групову та індивідуальну роботу на уроці, так і індивідуалізоване домашнє завдання, а також корегування знань й умінь учнів на наступному уроці у разі виявлення недоліків засвоєння попереднього навчального матеріалу. У формулюваннях сюжетних задач описані в них ситуації варіюються за показником особистісної участі за такою схемою: задача формулюється із використанням *Я-словника* учнів даного віку; задача формулюється із використанням *словника найближчого оточення*

учнів даного віку; задача формулюється у *термінах, віддалених від особистого досвіду* учнів даного віку.

Завдання проблемно-пошукового характеру присутні у кожному параграфі підручників, причому як у наборах задач, так і в основному тексті.

У підручнику реалізовано *діяльнісний підхід* до навчання математики. Окрім сказаного вище, у кожному параграфі вміщено поради щодо того, як діяти у певній навчальній ситуації. Вони сформульовані у вигляді правил або вказівок. Вказівки спрямовані на розпізнавання математичних залежностей, на застосування понять, властивостей, способів розв'язування задач. Значну увагу приділено систематизації навчального матеріалу (таблиці, схеми, задачі за даними таблиць, класифікації), що покращує застосування його до розв'язування задач, полегшує зорове сприймання тексту.

Особливістю підручників є *прикладна спрямованість* змісту. Автори намагалися, де це можливо, не лише показати виникнення математичного факту із практичної ситуації, а й проілюструвати застосування його на практиці. Із цією метою в окремо виділеному блоці завдань «Застосуйте на практиці» подано практичні типові ситуації, де потрібно застосувати вивчений матеріал.

Підручниками забезпечується *організація самостійної роботи учнів*. Цьому сприяють, крім вказівок і порад, контрольні запитання (після кожного параграфа) і запитання узагальнювального характеру та тестові завдання (після кожного розділу). Особливість їх в тому, що на кожне запитання у відповідному параграфі є точна відповідь, а всі запитання охоплюють весь основний зміст підручника. Відповідаючи на запитання і виконуючи тести, учень переосмислює, узагальнює і систематизує вивчені відомості, приводить у систему отримані навички й уміння, привчається самостійно працювати з підручником. Тестові завдання мають три рівні складності. Для їх виконання потрібно 10–15 хв. До кожного завдання пропонується чотири варіанти відповідей, одна з яких правильна.

У *структурі кожного підручника* виділено: розділи, параграфи, матеріал для узагальнювального повторення курсу, відповіді та вказівки до задач, додатки з довідковими відомостями, предметний покажчик. Кожен розділ розпочинається переліком передбачуваних пізнавальних результатів («У розділі дізнаєтесь ...»), а завершується рубрикою «Перевірте, як засвоїли матеріал розділу».

Апарат орієнтування підручників включає: переднє слово до учнів; зміст; рубрикацію; піктограми; предметний покажчик; колонтитули. Його дидактично виважена побудова дозволяє також активно впливати на формування в учнів раціональних способів пізнавальної діяльності, умінь орієнтуватися не лише у текстах підручника, а й інших друкованих та веб-видань.

У змісті навчального матеріалу кожного параграфа виділено: основний і додатковий матеріал (рубрика «Дізнайтеся більше»), підсумкові запитання в рубриці «Пригадайте головне». Параграф завершує диференційована система задач чотирьох рівнів складності (рубрика «Розв'яжіть задачі»), яку завершують окремі блоки завдань «Застосуйте на практиці» та «Задачі на повторення».

Розділ «Повторення вивченого» призначений для систематизації та узагальнення знань і умінь учнів наприкінці навчального року. Він містить основні теоретичні відомості, що вивчалися протягом року, систематизовані у вигляді таблиць, та набори задач на відпрацювання основних комплексних умінь.

Виклад матеріалу параграфа розпочинається, як правило, зі звернення до досвіду учнів «Ви вже знаєте, що ...», або з опису практичних дій, які приведуть учнів до нового поняття чи факту, або ж зі звернення до малюнка, аналіз якого приведе до потрібного узагальнення. Потім акцентується увага на новому аспекті вже відомого учням. Отже, постає проблема, яку й досліджують учні, вивчаючи новий матеріал.

Навчальні тексти написані так, щоб залучити учнів до співпраці. Тексти позбавлені надмірної повчальності, а сповнені повагою до школяра, який долучається до нелегкої справи – пізнання нового, невідомого, не завжди простого. Діалогічність забезпечується як прямо – запитаннями у тексті, задачах, апараті організації засвоєння, так і опосередковано – усі навчальні тексти й тексти задач написані у звертальній формі, у викладі навчального змісту застосовано спеціальні прийоми, спрямовані на те, щоб учні самостійно могли дійти до проблемного запитання, яке далі ставиться в навчальному тексті. Все це сприяє безпосередньому запровадженню інтерактивних технологій навчання.

Загалом, тексти підручника ємні й водночас лаконічні. Кольорові фотографії та ілюстрації несуть ретельно продумане дидактичне навантаження. Зокрема вони слугують створенню випереджального уявлення про суть змісту нового розділу, параграфа, полегшенню сприйняття і розуміння учнями нового навчального матеріалу і змісту задач. У підручнику вміщено виключно дидактично доцільні ілюстрації, які несуть тематично прив'язану математичну інформацію. Усі геометричні рисунки та схеми до сюжетних задач є метрично точними.

Мотивація навчальної діяльності учнів забезпечується повною мірою на всіх її етапах. Підручники містять достатнє українознавче наповнення (відомості про життя і наукову діяльність відомих математиків і педагогів України; відображення довкілля України у ілюстраціях; задачного матеріалу теж, де це доцільно, має українознавче наповнення).

**Висновки та перспективи подальших наукових розвідок.** Комплект підручників через зміст, методичний апарат, оформлення сприяє вихованню в учнів уважності, спостережливості, зацікавленості, відповідальності, акуратності, точності, становленню позитивної Я-концепції, відчуванню ситуацій успіху тощо.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Наказ Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України № 664 від 06.06.2012 «Про затвердження навчальних програм для загальноосвітніх навчальних закладів II ступеня».

#### РЕЗЮМЕ

**Тарасенкова Н.А., Богатырёва И.Н., Бочко О.П., Коломиец О.Н., Сердюк З.И.** Авторская концепция учебников математики для учеников 5-6 классов. В статье рассмотрены концептуальные основы создания учебников математики нового поколения для 5–6 классов. Проанализировано содержательное наполнение учебников с учетом научно-методических требований Государственного стандарта. Рассмотрены вопросы научности и доступности изложения. Особое внимание уделено приоритету развивающей функции обучения. Выделены этапы дифференцированной реализуемости: формирование устойчивой мотивации к изучению предмета; ключевых и предметных математических компетенций. В статье сформулированы методологические основы построения современных учебников математики посредством реализации личностно ориентированного, компетентностного, деятельностного подходов к обучению математике. Комплект учебников способствует воспитанию у учащихся внимания, наблюдательности, заинтересованности, ответственности, аккуратности, точности, становлению позитивной Я-концепции, ощущению ситуаций успеха и тому подобное.

**Ключевые слова:** современный учебник математики, авторская концепция, методологические и научно-методические основы, компетентностный подход.

#### SUMMARY

**N. Tarasenkova, I. Bogatiryova, O. Bochko, O. Kolomyets, Z. Serdyuk.** Author conceptual bases of the manuals in mathematics for 5<sup>th</sup> – 6<sup>th</sup> forms. Conceptual basics of compiling the manuals in mathematics of the new generation for 5<sup>th</sup> – 6<sup>th</sup> forms are considered in the article. A content filling of the manuals according to scientific and methodical requirements of the State standard is analyzed. The issues of simplicity and scientific nature of the presentation are considered. Special attention is given to the priority of training developmental function. The stages of differentiated realization are pointed out: formation of the firm motivation for studying the subject and key, as well as subject mathematical competences. Methodological bases of compiling up to date manuals in mathematics through realization of personally oriented, competence-based, activity-based approaches to mathematics studying are defined in the article. A set of manuals makes for cultivating pupils' attention, observation, interest, responsibility, neatness, precision, positive self-concept formation, success sensing situations, etc.

**Keywords:** modern mathematics manual, author's concept, methodological and scientific-methodical bases, competence-based approach.

УДК: 37.015. 3: 371. 671: 5

Л.В. Тарасов

Т.Б. Тарасова

Сумський державний педагогічний  
університет ім. А.С.Макаренка

## ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ПРОБЛЕМИ СУЧАСНОГО ПІДРУЧНИКА З ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

*У статті пропонується радикально змінити стиль і вектор націленості шкільних підручників під кутом зору особистісно-орієнтованої освіти. Якщо існуючі підручники пишуться фактично "під вчителів" і націлені, на те, щоб відігравати роль своєрідних "сценаріїв" уроків, – нові підручники повинні писатися "під учня" і повинні бути націлені на те, щоб відігравати роль своєрідних "самовчителів" для учнів. Такий підручник стає умовою організації навчання як спільної діяльності вчителя і учня. Розглядається комплекс принципів, орієнтованих на створення підручників нового типу: гуманітаризації, інтеграції, нелінійності, розведення рівнів. Пропонується подальша реалізація цих принципів при створенні підручників з природничо-математичних дисциплін*

**Ключові слова:** шкільний підручник, парадигма освіти, особистісно-орієнтована освіта, розвиток особистості, формування мислення, принципи підручника нового типу, гуманітаризація, інтеграція, нелінійність, розведення рівнів.

**Постановка проблеми.** Сучасна освіта повинна базуватися на інтегративному підході, спирається на широкі та багатопланові міждисциплінарні зв'язки на трьох органічно взаємопов'язаних рівнях: філософському, психологічному та методичному. Сучасний вчитель, який діє в складних соціально-політичних та економічних реаліях, в умовах інформаційного суспільства, повинен у своїй професійній діяльності в першу чергу усвідомлювати глибинну сутність, методологічну основу освітніх процесів. І лише на основі такого усвідомлення педагог зможе оптимально і своєчасно вирішувати виникаючі перед ним професійні завдання. У результаті ми з неминучістю виходимо на проблему шкільних підручників. Проблема ця досить стара, але, безумовно, до сих пір дуже гостра. Її гострота ще більше зростає в контексті загальної реформи освіти [1; 4].

**Аналіз актуальних досліджень.** Розробки нового покоління шкільних підручників особливо потребують інноваційні процеси в освіті, що пропонують вчителям безліч методичних рішень, побудованих на різноманітних психолого-педагогічних теоріях і ідеях, представлених, наприклад, у фундаментальній праці Г.К. Селевко [6]. Основоположними у розробці різноманітних педагогічних теорій і конкретних освітніх технологій є позиції про співвідношення навчання і розвитку (Л.С. Виготський) і розуміння психологічної сутності процесу навчання як активної взаємодії між тим, хто навчає і тим, хто навчається в ході якої здійснюється стимуляція і управління пізнавальними процесами останніх, [2; 5], що міцно утвердилися у вітчизняній педагогічній психології.

Ідея підвищення розвивального ефекту навчання отримала розвитку в працях П.І. Зінченко, Ф.Г. Боданського, С.Д. Максименко, В.В. Давидова, П.Я. Гальперіна, Л.В. Занкова, О.М. Леонтьєва, Н.О. Менчинської, С.Л. Рубінштейна, Д.Б. Ельконіна. У концепціях цих учених навчання і розвиток подані як взаємопов'язані аспекти одного процесу, в якому навчання відносно розвитку є рушійною силою вдосконалення психіки дитини. Питання розвитку дітей у процесі навчання розглядалися відомими психологами, педагогами, методистами, такими, як П.П. Блонський, С.Ф. Жуйков, О.В. Запорожець, З.І. Калмикова, О.Р. Лурія, А.О. Люблінська, М.І. Махмутов, В.В. Рєпкін, Н.С. Рождественський, Г.К. Селевко, Н.Ф. Талізіна, І.С. Якіманська. Проте, до цих пір проблематика психологічної сутності та педагогічних особливостей джерела навчальної інформації на сучасному етапі розвитку школи вимагає теоретичного дослідження та практичної розробки.



Тому мета даної статті полягає у викладенні бачення авторами психолого-педагогічних резервів підвищення навчально-виховної ефективності сучасної освіти за рахунок радикальної зміни стилю і вектора спрямованості шкільних підручників.

**Виклад основного матеріалу.** Найчастіше шкільні підручники критикують за формалізм і сухість стилю викладу і мови, за зайву повчальність і брак мотивації, а в підсумку просто за те, що вони нецікаві учням. На наш погляд, шкільні підручники нецікаві учням з тієї простої причини, що не для дітей вони написані. Хоча підручник начебто призначений саме для учня, однак пишеться він, як це не парадоксально, не для учня, а для вчителя – така традиційна парадигма навчання.

Сформувалася ця парадигма дуже давно і не випадково. Історично першим вчителем був жрець, який повинен був охороняти священне, канонічне знання і забезпечувати його передачу з покоління в покоління. Саме так починалася у свій час педагогіка: жрець (вчитель) повідомляв пастві (учням) якісь істини в усній формі, вимагаючи від них беззаперечного і точного їх заучування. З появою і розвитком писемності виникли священні тексти, які, по суті, були першими підручниками. З появою підручників по суті народилася й школа й педагогіка як напрям професійної діяльності людей.

Звернемо увагу на характер початкового співвідношення у своєрідній "навчальній тріаді", що складається з учня, вчителя і підручника. Є священний текст (підручник), що містить деяку інформацію, яка не підлягає будь якій критиці і навіть обговоренню. Є жрець (вчитель), що вимагає від пастви (учнів) сліпого заучування тексту підручника і точного його відтворення. В результаті навчальна тріада вибудовується в наступну послідовність: вчитель – підручник – учень. Ця послідовність виражає добре знайомий усім нам характер навчального процесу в нинішній школі; вчитель вручає підручник учням і керує процесом "проходження" ними матеріалу, викладеного в підручнику. Темп "проходження" підручника (як в цілому, так і окремих його розділів) задає виключно вчитель; без його вказівок учні, як правило, до підручника не звертаються. І виходить, що будучи формально призначеним для учнів, підручник за стилем викладу і відбором матеріалу адресований не учням, а вчителю. Саме тому то підручник і не стає цікавим для учня, він не переслідує завдання будь-чим дивувати учня, будити його увагу, пропонувати варіанти, ставити запитання, у чомусь переконувати чи. Все це може робити вчитель тією мірою, якою вважатиме за потрібне і яка виявиться для нього можливою. Завдання ж підручника – коротко, стисло, строго (без зайвих відступів), авторитарно викласти необхідну (затверджену державною програмою) інформацію, орієнтуючись, перш за все і головним чином на вчителя. Ось і виходить, що згідно традиційної парадигми навчання шкільні підручники пишуться під вчителів. І тому нерідко підручники перетворюються по суті у своєрідні "сценарії" уроків, що може задовольнити багатьох (але аж ніяк не всіх) вчителів і вже ніяк не може зацікавити учнів.

У наслідок такої ситуації в нинішній школі зберігається авторитарний характер підручника (як передавача потрібної інформації), але помітно змінилася (у порівнянні з минулими часами) роль вчителя, оскільки тепер він повинен забезпечити рефлексивне ставлення учнів до навчального тексту. Однак самий стиль традиційних підручників, принципово виключає сумніви, версії, помилки, що вимагає як від учнів, так і від вчителя "думай от так і тільки так!", що як правило, рано чи пізно гасить й творчі шукання вчителя. До того ж традиційна парадигма навчання передбачає однаковість підручників як необхідну умову профілактики сумнівів, версій, помилок. Її ідеал - єдиний державний підручник, за який, на жаль, ратують багато чиновників від освіти, але який, на щастя, практично нездійснений.

Не дивно, що в наш час все частіше і частіше висловлюються думки про необхідність радикальної зміни парадигми навчання, про необхідність докорінної зміни самої ролі, а значить, і сутності шкільного підручника його завдань та функцій коли рішуче змінюється вектор спрямованості підручника. Якщо традиційні підручники спрямовані на те, щоб



ставати в значній мірі своєрідними "сценаріями" уроків, то нові ж підручники повинні бути спрямовані на те, щоб ставати в значній мірі своєрідними "самовчителями" для учнів. Якщо традиційний підручник пишеться "під вчителів" і в його відсутність фактично не працює, то підручник нового типу повинен писатися "під учня". Для такого підручника повинні годитися епітети "особистісно-орієнтований", "особистісно-значущий". Така сутність назрілої зміни парадигми освіти. Відзначаючи, що сьогодні головний стратегічний напрямок розвитку системи шкільної освіти в різних країнах лежить на шляху вирішення проблеми особистісно-орієнтованої освіти, професор Е.С. Полат прямо заявляє про необхідність кардинальної зміни традиційної парадигми освіти [3]. Автори бачать основну і вирішальну можливість такої зміни в дійсно радикальній зміні завдань і функцій підручника і, ширше, джерела навчальної інформації.

Отже, якщо в традиційній парадигмі фактором, що спонукує навчання є вчитель, і тому навчальна тріада представляється послідовністю: вчитель – підручник – учень, то в новій парадигмі навчання таким фактором є підручник, і тому тріада представляється послідовністю: підручник – учень – вчитель. При цьому роль вчителя не тільки не зменшується, а навпаки, посилюється і ускладнюється. Нова парадигма переорієнтує вчителя з задачі трансляції готової інформації на задачу пошуку нової інформації. Колись вчитель навчав своїх підопічних всього лише терпляче і зі смиренням заучувати якусь готову інформацію. Потім вчитель став учити розуміти і навіть аналізувати таку інформацію, застосовувати їх на практиці. Тепер вчитель повинен вчити шукати і знаходити нові знання, приймати самостійні рішення щодо використання тих чи інших знань, або, простіше кажучи, вчити жити власним розумом, вчити вмінню вчитися самостійно. Таке істотне зростання ролі вчителя в новій парадигмі навчання можливо саме за умови поступового переходу школи на підручники нового типу – ті самі, які пишуться не "під вчителів", а "під учня".

Відзначимо основні завдання, які автори намагалися вирішити, створюючи підручник нового типу, орієнтований у першу чергу на дитину:

1. Повідомити учням *значну* кількість цікавої й корисної інформації, але при цьому орієнтувати не на просте засвоєння готових знань, а на їхній *пошук*, на самостійне створення, аналіз і вибір різноманітних версій відповідей, варіантів рішення, що вимагають ініціативи, самостійності, відповідальності.

2. Виклад матеріалу побудувати проблемно, з розгляданням *різних* точок зору, через аналіз *реальних життєвих ситуацій*, що включають у себе різноманітні зіткнення й протиріччя, не обходити "гострі кути", не замовчувати дискусійні питання.

3. Зробити підручник не традиційно менторськи декларативним, а таким, що *міркує, переконує, доводить, спирається* на життєвий досвід учнів, на яскраві емоційно-забарвлені образи. Книга в певному змісті повинна стати *розумним співрозмовником*, якому іноді не далекі сумніви й різні версії в поясненні.

4. Зробити навчальну книгу і зовні, і за змістом настільки привабливою й захоплюючою для учня, щоб він взаємодіяв з нею не відсторонено, не як сторонній спостерігач, а як *активний співучасник* того, що відбувається на її сторінках.

Досягнення цих цілей сприяло б рішенню гостро назрілих проблем сучасної школи: *переходити від педагогіки примуса до педагогіки співробітництва*; вчити дітей "жити своїм розумом", а не орієнтуватися тільки на готові рецепти.

Що б це відбулося, в основу навчальних книг повинні бути покладені чотири основних принципи: *принцип інтеграції, принцип гуманітаризації, принцип нелінійності, принцип розведення рівнів*.

#### **Принцип інтеграції:**

*Зміст навчального матеріалу й форма, у який він пропонується учнем, повинні бути такими, щоб формувати цілісне бачення світу, де все взаємозалежно, всі розмежування умовні й рухливі. Кожний навчальний предмет розглядається як "вікно" у реальний світ, що*

*оточує й включає в себе учня, яке має свої особливості. Принципово важливу роль грають інтегративні предмети, або предмети-комплекси, кожний з яких охоплює кілька наукових областей.*

Відповідно до принципу інтеграції необхідно домагатися, щоб учень усвідомлював світ не як набір формальних схем, що функціонують по деяким жорстко певним правилам, а як сукупність безлічі *діалектично взаємозалежних процесів*, що розвиваються й загасають за ймовірнісними законами. Помітимо, що принцип інтеграції істотно виходить за рамки ідеї міжпредметних зв'язків, оскільки вимагає "прив'язки" кожного навчального предмета до реалій навколишнього світу й тим самим протистоїть характерної для традиційної школи формалізації й схематизації навчальних предметів. Найбільш глибоке вираження даний принцип знаходить в інтегративних навчальних предметах.

#### **Принцип гуманітаризації:**

*Зміст навчального матеріалу й форма, у який він пропонується учнем, повинні бути такими, щоб формувати в учня позицію не байдужого стороннього спостерігача, а активної й відповідальної особистості, що усвідомлює себе частиною природного й соціального світу й із зацікавленістю вивчає цей світ "зсередини". Важливо щоб одержувана учнем інформація ставала для нього особистісно-важливою і сприяла як екологізації ("зараз" може відгукнутися "потім"), так і планетаризації ("тут" може відгукнутися "там") його свідомості.*

Принцип гуманітаризації підкреслює необхідність гуманітарного виховання учнів при вивченні будь-яких шкільних предметів – не тільки тих, що відносяться до гуманітарного циклу, але й природно-математичного циклу. Відповідно до даного принципу необхідно намагатися, щоб учень відчув себе живою часточкою різноманітного й у той же час єдиного світу, як би учасником процесів, що відбуваються у світі, спадкоємцем тих, хто жив раніше, предком стосовно майбутніх поколінь. Принцип гуманітаризації звертає увагу на важливість емоційної сфери учня (подив, здивування, цікавість, співпереживання й ін.).

#### **Принцип нелінійності:**

*Процес вивчення тих або інших розділів програми нелінійний у тому розумінні, що є також процесом попереднього ознайомлення з наступними розділами і процесом більш глибокого засвоєння попередніх розділів. При вивченні того або іншого кола уявлень (понять) треба в порядку далекої пропедевтики виходити "вперед" (на уявлення, що підлягають вивченню пізніше) і одночасно необхідно вертатися "назад", до уявлень, що розглядалися раніше, щоб засвоїти їх на більше глибокому рівні.*

Принцип нелінійності протистоїть традиційному вибудовуванню процесу навчання у вигляді "сходів", на кожній "сходинці" якої пізнавальний процес *щораз досягає завершеності*. Принцип нелінійності вимагає, щоб на загальне поступальне сходження по "сходах пізнання" накладалися "кидки" як *уперед* (у порядку далекої пропедевтики), так і *назад* (повернення з виходом на більш глибокий рівень розуміння). Даний принцип відбиває діалектику переходу від простого до складного – коли складне починає формуватися вже на рівні простого, а просте здобуває більше глибокий зміст при розгляді з позиції складного.

#### **Принцип розведення рівнів:**

*У навчальному процесі доцільно розвести рівень подання навчального матеріалу учнем і рівень відтворення матеріалу учнями. Рівень подання матеріалу повинен перебільшувати рівень його відтворення. Рівень подання повинен бути однаковим для всіх, тоді як рівень відтворення повинен бути якомога диференційованішим (з урахуванням індивідуальних особливостей особистісного й інтелектуального розвитку учня).*

Відповідно до цього принципу всім учнем пропонується багато й різного (реалізуються *рівні стартові можливості для всіх*), а кожному учневі надається можливість взяти із запропонованого *стільки, скільки він сьогодні в стані засвоїти*, взяти в першу чергу те, що йому сьогодні більш зрозуміло й цікаво. Проблема з виконанням вимог

держстандартів при цьому не виникає, оскільки останні завжди орієнтовані на більш слабких учнів.

**Висновки та перспективи подальших наукових розвідок** Автори впевнені, що на основі їхніх книг-зошитів, побудованих відповідно до таких принципів виникне *цікавий як для дітей, так і для вчителя процес спільної продуктивної* (творчої, пошукової) навчальної діяльності в класі і в домашній обстановці в цей процес *добровільно й природно* будуть залучатися й зацікавлені батьки. Тому подальшу перспективу розробки науково-практичної проблеми сучасного джерела навчальної інформації автори вбачають у створенні та просуванні у освітній процес навчальних та методичних матеріалів, що відповідатимуть розкритим вище принципам.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Бех І. Д. Принципи сучасної освіти / І. Д. Бех // Педагогіка і психологія. – 2005. – № 4 (49). – С. 5–27.
2. Ильин Е. П. Психология для педагогов / Е. П. Ильин. – СПб. : Питер, 2012. – 640 с.
3. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева, А. Е. Петров ; под ред. Е. С. Полат. – М. : Академия, 2002. – 272 с.
4. Разумовский В.Г. Развитие общего образования: интеграция и гуманитаризация / В.Г. Разумовский, Л.В. Тарасов // Советская педагогика. – 1988. – №7. – С. 3–10
5. Савчин М. В. Педагогічна психологія / М. В. Савчин. – К. : Академвидав, 2007. – 424 с.
6. Селевко Г. К. Энциклопедия образовательных технологий : в 2 т. / Г. К. Селевко. – М. : НИИ школьных технологий, 2006. – Т. 1. – 816 с. – Т. 2. – 816 с.
7. Тарасов Л. В. От учебников для учителя – к учебникам для учащегося / Л. В. Тарасов, Т. Б. Тарасова // Вестник российского университета дружбы народов. Серия "Фундаментальное естественнонаучное образование". – 2002. – № 7 (1 – 2). – С. 126–133.

#### РЕЗЮМЕ

**Тарасов Л.В., Тарасова Т.Б. Психолого-педагогические проблемы современного учебника по естественно-математическим дисциплинам.** В статье предлагается радикально изменить стиль и вектор нацеленности школьных учебников под углом зрения личностно-ориентированного образования. Если существующие учебники пишутся фактически "под учителя" и нацелены, но то, чтобы играть роль своеобразных "сценариев" уроков, – новые учебники должны писаться "под ученика" и должны быть нацелены на то, чтобы играть роль своеобразных "самоучителей" для учащихся. Такой учебник становится условием организации обучения как совместной деятельности учителя и ученика. Рассматривается комплекс принципов, ориентированных на создание учебников нового типа: гуманитаризации, интеграции, нелинейности, разведения уровней. Предлагается дальнейшая реализация этих принципов при создании учебников по естественно-математическим дисциплинам

**Ключевые слова:** школьный учебник, парадигма образования, личностно-ориентированное образование, развитие личности, формирование мышления, принципы учебника нового типа, гуманитаризация, интеграция, нелинейность, разведение уровней.

#### SUMMARY

**L. Tarasov, T. Tarasova. Psycho-pedagogical problems of a modern manual for natural and mathematical sciences.** A radical change of the style and the vector of school manuals orientation from the standpoint of individually-oriented education is suggested in the article. Whereas the present manuals are compiled "for the teacher" as a matter of fact, and are aimed at playing the role of the peculiar "scripts" for the lessons, new manuals should be compiled "for the learner", and should be aimed at playing the role of the peculiar "manuals for self-tuition" for learners. A manual of this kind stipulates for studies organization as a common activity on the part of a teacher and that of a learner. A set of principles aimed at compiling a new kind of manuals is considered: humanization, integration, non-linearity, levels dilution kinds of manuals. Consequent realization of those principles in compiling the manuals for natural and mathematical sciences is suggested.

**Keywords:** school manual, paradigm of education, individually-oriented education, personality development, thinking process formation, the principles of a new kind of manual, principles of a new kind of manual, humanization, integration, non-linearity, dilution levels.

УДК 37.016:51

Ю.М. Ткач  
Чернігівський державний  
технологічний університет

## ОКРЕМІ АСПЕКТИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЕКОНОМІЧНОГО ЗМІСТУ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

*У статті висвітлено окремі аспекти розв'язування задач економічного змісту під час навчання математики, запропоновано фрагмент різнорівневої системи вправ до однієї з тем курсу математики, зроблено висновок про те, що розв'язування задач економічного змісту дає можливість мотивувати, активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів та сприяє формуванню у них відповідних практичних умінь та навичок. Основними видами задач економічного змісту є задачі на процентні розрахунки, кредитування, касово-розрахункове обслуговування, оптимізацію, фінансову математику тощо. Правильно побудована система вправ сприяє формуванню в учнів творчого мислення та пізнавального інтересу, привчати старшокласників до подолання посильних труднощів, відпрацьовувати вміння долати їх. Крім своїх звичайних функцій на уроках математики ці задачі є ефективним засобом економічної освіти і виховання учнів. Пошук нових прийомів при розв'язуванні задач економічного змісту є значним стимулом в утворенні стійкого інтересу та активізації пізнавальної діяльності учнів.*

**Ключові слова:** задача економічного змісту, система вправ, навчання математики, економічна орієнтація, зміст шкільного курсу математики.

**Постановка проблеми.** Математична освіта є важливим та невід'ємним компонентом фундаментальної підготовки учнів загальноосвітніх навчальних закладів, вона не лише забезпечує теоретичні основи для розв'язування різноманітних проблем їх майбутньої професійної діяльності, а й здійснює формуючий вплив на особистість учня з погляду формування елементів економічної грамотності засобами математики. Розв'язування задач економічного змісту є одним із необхідних елементів навчального процесу сучасного навчального закладу.

**Аналіз актуальних досліджень.** Г.П.Бевз, Д.Пойа, З.І.Слепкань, А.А.Столяр, Л.М.Фридман та інші досліджували роль задач і вправ у формуванні інтелектуальної діяльності учнів у процесі навчання математики. І.В.Арнольд, Р.Бенерджі, Л.І.Гуткін, Ю.М.Колягін, І.М.Шапіро у своїх роботах пропонували використовувати різні види задач у процесі навчання математики, що на їх думку, ознайомлювало б школярів із різними напрямками науки, техніки, виробництва, культури та виступало б потужним засобом формування пізнавального інтересу до вивчення математики. Вивченню питання застосування задач економічного змісту у процесі навчання математики присвячені наукові доробки Г.І.Біляніна, В.П. Бермана, Г.Я.Дутки, Л.С.Межейнікової, Ш. А. Музенітова, Л.О.Соколенко, М.О.Терешина, І. М. Шапіро та ін. І все ж проблема навчання учнів розв'язувати задачі економічного змісту при вивченні математики залишається недостатньо розробленою.

**Метою статті** є висвітлення окремих аспектів розв'язування задач економічного змісту під час навчання математики.

**Виклад основного матеріалу.** У педагогічному минулому роль задач здебільшого зводилась до формування практичних вмінь та навичок. Так, М.А. Данилов розумів під задачею свідоме багатократне виконання подібних дій з метою оволодіння навичками. В.П. Єсіпов розглядав вправи як засіб, який використовується для обробки, закріплення і удосконалення вмінь та навичок [3].

З точки зору А.В.Єфремова задача – це інформаційна сукупність зв'язків і залежностей, які виражені словами, за допомогою графіків або в математичних формулах, яка утворює певну ситуацію, що визначає і спонукає розумову діяльність суб'єкта на



знаходження шляхом впорядкованих дій функціонального виразу невідомих компонентів через відомі [4].

У педагогічній літературі поняття прикладна задача трактується по-різному. М.О. Терешин [7] узагальнив різні означення прикладної задачі та зробив висновок, що прикладна задача – це задача, яка поза математикою, але яка розв'язується за допомогою математичних методів та засобів.

Єдність теорії та практики – це один із принципів педагогіки. Зв'язок математики з іншими дисциплінами, зокрема з економікою, є важливим засобом реалізації цього принципу. Тому курс математики повинен мати прикладну спрямованість.

Задачі економічного змісту є одним із видів прикладних задач. Задачі економічного змісту – це задачі, які стосуються фінансів, побуту, торгівлі, грошових розрахунків, вибору оптимального рішення тощо [7]. Основними видами задач економічного змісту є задачі на процентні розрахунки, кредитування, касово-розрахункове обслуговування, оптимізацію, фінансову математику тощо.

Найважливішою особливістю задач з економічним змістом є опис кількісної сторони економічного процесу, явища чи події. Економічні ситуації, які описуються в умовах таких задач, є їх складовими частинами. При цьому виявлення взаємозв'язків і кількісних співвідношень між компонентами задачі і методи її розв'язання сприяють математичному розвитку учнів, а виявлення взаємозв'язків економічних факторів на базі економічного аналізу сприяє економічному вихованню учнів. Тому, крім своїх звичайних функцій на уроках математики (в окремому випадку, на уроках алгебри та початків аналізу) ці задачі є ефективним засобом економічної освіти і виховання учнів.

Прийнято вважати, і на це вказують П.Т. Апанасов, Л. Ла, Ш.А. Музенітов, М.О. Терешин, І.М. Шапіро та інші, що використання подібних задач вимагає від учителя лише вмілого вкраплення їх в систему вправ, щоб вони не були штучними додатками уроку. При використанні сюжетних задач основним засобом економічної підготовки учнів, засобом формування відповідних поглядів, переконань є зміст задачі, одержаний розв'язок або коментар учителя, коротка довідка, яка пов'язана з тематикою задачі. Кожне з них дає певний ефект, але особливо цікаві вміло і вчасно підібрана інформація, змістовний та емоційний коментар учителя. Але такі довідки, коментарі віднімають час на уроці, та і не кожний учитель може достатньо кваліфіковано цю довідку скласти і своєчасно її використати. Тому слід шукати можливості повідомлення учням економічної інформації безпосередньо через сам зміст задачі, через роботу над її розв'язанням, через постановку питання до неї.

Розв'язування задач економічного змісту сприяє як розумовому, так і інтелектуальному розвитку учнів.

Розумовий розвиток – процес розвитку, вдосконалення інтелектуальної сфери й пізнавальних здібностей людини. Він може відбуватись через свідоме навчання, цілеспрямоване оволодіння знаннями [2]. Тому провідну роль у розумовому розвитку відіграє навчання. Розумовий розвиток включає в себе знання та уміння застосовувати їх на практиці.

Інтелектуальний розвиток є одним з важливих завдань навчання в цілому і навчання математики зокрема. Він спрямований на формування учнів як суб'єктів діяльності, формування у них нових інтелектуальних структур, прийомів мислення, інтелектуальних умінь, досвіду творчої діяльності.

Інтелект (від лат. *intellectus* – пізнання, розуміння, розум) – розумові здібності людини: здатність орієнтуватись у навколишньому середовищі, адекватно його відображати й перетворювати, мислити, навчатися, пізнавати світ і переймати соціальний досвід; спроможність розв'язувати завдання, приймати рішення, розумно діяти, передбачати.



Структура інтелекту включає такі психічні процеси як сприймання й запам'ятовування, мислення й мовлення та ін. [2].

Між інтелектом і розумовою діяльністю здійснюється постійна взаємодія. Розумова діяльність є процесом функціонування інтелекту, а розвиток інтелекту обумовлений якістю розумової діяльності. Тому інтелектуальний розвиток тісно пов'язаний з розумовим.

Довгий час у нашій школі застосування математичних знань зводилось в основному до розв'язування задач, в яких вимога (запитання) вже сформульоване тим, хто складав задачу. А в житті і на виробництві від людини вимагається вміння самому сформулювати запитання і, застосовуючи математичні знання, знайти на нього відповідь.

Ми вважаємо, що вчитель, якщо він ставить перед собою завдання розвитку пізнавальної діяльності і творчих здібностей учнів, повинен організувати навчальний процес так, щоб розв'язування задач для учня здебільшого ставало значною подією, щоб при розв'язуванні задач він проявляв творчий підхід у виборі методів та способів розв'язування, щоб розв'язана задача могла бути використана при розв'язуванні наступних задач і здійснила істотний вплив на розвиток творчих якостей особистості учня.

Однак, у практиці сучасної школи розв'язування задач переважно розглядається лише як засіб свідомого засвоєння учнями програмного матеріалу, а сам задачний матеріал, що міститься в підручниках має недостатнє прикладне спрямування (у даному випадку нас цікавить економічний зміст задач).

Тому можна зробити висновок: час, який відводиться на навчання розв'язувати задачі використовується здебільшого недостатньо ефективно, а тому не досягається бажаний результат.

Ми повністю поділяємо підхід Г.І. Саранцева до системи вправ, який полягає у наступному: вправи, як явище, виступають у навчанні математики способом організації навчально-пізнавальної діяльності учнів, носієм дій, адекватних змісту навчання, засобом цілеспрямованого формування знань, умінь та навичок і функціонуючим як система [6]. Практика підтверджує, що тісний зв'язок системи вправ із змістом сприяє реалізації профільної диференціації змісту.

Правильно побудована система вправ сприяє формуванню в учнів активного мислення та пізнавального інтересу, привчати старшокласників до подолання посильних труднощів, відпрацьовувати вміння долати їх. А це неможливо без забезпечення достатньої складності розв'язання задач. Задача повинна бути і посильною, але ще й з перепонами, які вимагають подолання.

У випадку виникнення в учнів труднощів із розв'язуванням задач, їм необхідно звернутись до відповідного теоретичного навчального матеріалу та ще раз переглянути розв'язування попередніх задач.

Зміст системи вправ значною мірою визначається цілями, які ставляться при вивченні або закріпленні відповідного розділу. Знаючи, що навчальна діяльність учнів включає в себе засвоєння знань (пізнавальна діяльність), то за допомогою системи задач ми тим самим визначаємо дії учнів, тобто вправи можна розглядати як орієнтацію діяльності. У той же самий час, для того, щоб побудувати систему вправ, необхідно виявити в її змісті основні елементи, а також відношення і зв'язки між ними. З їх врахуванням і слід визначати напрямки навчальної діяльності.

Якщо підходити до системи вправ з позицій диференціації, то для учнів із високим рівнем навчальних досягнень також слід підбирати систему вправ, які повинні бути в більшій мірі творчими.

Складаючи систему завдань, учитель повинен враховувати рівень складності кожної задачі [8]. Рівень складності задачі суттєво впливає не лише на діяльність учня з розв'язування прикладу, але і на діяльність учителя з надання учню необхідної допомоги в пошуку таких шляхів. Кожна задача в системі має виконувати свою функцію: її

розв'язування повинне формувати навички самостійної роботи, прийоми розумової діяльності, учити методам пошуку розв'язку, відкриття нових фактів, сприяти розвитку творчих здібностей та формуванню вмінь застосовувати одержані знання на практиці. Одні й ті ж задачі, в залежності від того, в якій послідовності, якими способами і в якому місці вони розв'язуються, будуть виконувати різні функції і будуть в різній мірі сприяти проведенню додаткової роботи, а отже, і розвитку творчих здібностей учнів.

|                                      |                |      |
|--------------------------------------|----------------|------|
| ймовірність успіху вкладу капіталу   | в кінофільм    | 0,2  |
|                                      | в торгівлю     | 0,7  |
| ймовірність неуспіху вкладу капіталу | в кінофільм    | 0,8  |
|                                      | в торгівлю     | 0,3  |
| у разі успіху % прибутку             | від кінофільма | 90 % |
|                                      | від торгівлі   | 30 % |
| у разі неуспіху % прибутку           | від кінофільма | 10 % |
|                                      | від торгівлі   | 20 % |

Наприклад, під час вивчення теми «Початки теорії ймовірностей» (11 клас) доцільно запропонувати учням таку систему задач.

**Задача 1. [1, № 210] (початковий рівень).** Ви маєте капітал в 100 млн. у.о. і розглядаєте альтернативні можливості вкладу його або у виробництво кінофільму, або в торгівлю.

Куди вигідніше вкласти капітал?

Розв'язання.

У відповідності з теорією статистичних рішень середньоочікуваний прибуток дорівнює:

|                                     |                                       |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| при вкладанні капіталу в кінофільм: | $90 \cdot 0,2 + 10 \cdot 0,8 = 26 \%$ |
| при вкладанні капіталу в торгівлю:  | $30 \cdot 0,7 + 20 \cdot 0,3 = 27 \%$ |

Отже, вигідніше вкладати капітал у торгівлю.

**Задача 2. [5, 72] (середній рівень).** Є можливість вибору виробництва і реалізації двох наборів товарів широкого вжитку. За даними відділу маркетингу, яким були проведені дослідження ринку, можливий прибуток від виробництва і реалізації  $X$  і  $Y$  наведені в таблицях ( $X, Y$  – прибуток в грн.).

|     |      |      |      |
|-----|------|------|------|
| $X$ | 1000 | 1500 | 2000 |
| $P$ | 0,5  | 0,3  | 0,2  |

|     |      |      |      |
|-----|------|------|------|
| $Y$ | 1000 | 1500 | 1750 |
| $P$ | 0,4  | 0,4  | 0,2  |

Необхідно оцінити ступінь ризику і прийняття рішення відносно випуску і реалізації одного із наборів товарів.

Розв'язання.

У економічних дослідженнях часто дисперсію приймають за міру ризику тому, що вона характеризує розсіяння величини прибутку навколо можливого прибутку та його мінливість.

Знайдемо середній можливий прибуток (математичне сподівання) для першого та другого варіантів:

$$M(X) = 1000 \cdot 0,5 + 1500 \cdot 0,3 + 2000 \cdot 0,2 = 1350,$$

$$M(Y) = 1000 \cdot 0,4 + 1500 \cdot 0,4 + 1750 \cdot 0,2 = 1350.$$

Обидва варіанти середнього можливого прибутку (математичне сподівання) є однаковими.

Обчислимо ступінь ризику кожного з варіантів:

$$D(X) = (1000 - 1350)^2 \cdot 0,5 + (1500 - 1350)^2 \cdot 0,3 + (2000 - 1350)^2 \cdot 0,2 = 152500,$$

$$\sigma(X) = 390,5.$$

$$D(Y) = (1000 - 1350)^2 \cdot 0,4 + (1500 - 1350)^2 \cdot 0,4 + (1750 - 1350)^2 \cdot 0,2 = 90000, \\ \sigma(X) = 300.$$

Отже, ступінь ризику, який пов'язаний із виробництвом і реалізацією набору  $X$  більший, ніж набору  $Y$ . Тому варіант  $Y$  є менш ризикований.

**Задача 3. [1, № 218] (достатній рівень).** Необхідно вибрати один з двох типів об'єктів для вкладу капіталу. Аналіз статистичної інформації аналогічних проектів показує:

При вкладанні капіталу в об'єкти типу А:

прибуток 15 млн. у.о. мав місце в 40 випадках;

прибуток 20 млн. у.о. мав місце в 20 випадках;

прибуток 25 млн. у.о. мав місце в 15 випадках.

При вкладанні капіталу в об'єкти типу Б:

прибуток 12 млн. у.о. мав місце в 60 випадках;

прибуток 16 млн. у.о. мав місце в 48 випадках;

прибуток 24 млн. у.о. мав місце в 36 випадках.

Необхідно обрати тип об'єктів для вкладання капіталу, який забезпечить найбільший прибуток.

Розв'язання.

Середньоочікуване значення (математичне сподівання) прибутку ( $X$ ) розраховується як сума математичних сподівань прибутку. Очікуваний прибуток знаходиться як добуток величини прибутку, що передбачається, та його ймовірності. Розрахуємо його:

При вкладанні капіталу в об'єкти типу А загальна кількість випадків (об'єм вибірки) дорівнює  $40+20+15=75$ .

$$\text{Вибіркова середня: } \overline{X}_B = 15 \cdot \frac{40}{75} + 20 \cdot \frac{20}{75} + 25 \cdot \frac{15}{75} = 18,35 \text{ млн. у.о.}$$

При вкладанні капіталу в об'єкти типу Б загальна кількість випадків дорівнює  $60+48+36=144$ .

$$\text{Вибіркова середня: } \overline{X}_B = 12 \cdot \frac{60}{144} + 16 \cdot \frac{48}{144} + 24 \cdot \frac{36}{144} = 16,32 \text{ млн. у.о.}$$

Об'єкти типу А виявляються переважними, оскільки обіцяють більш високий середньоочікуваний прибуток.

**Задача 4. [1, № 219] (високий рівень).** Можливе здійснення двох нових проектів, зіставлених з ризиком. Перший проект передбачає отримання протягом року прибуток 15 млн. у.о. з ймовірністю 0,4, але не виключається і збиток 2 млн. у.о. Другий проект обіцяє прибуток 10 млн. у.о. з ймовірністю 0,5 і можливим збитком у 8 млн. у.о.

1. Який проект кращий з точки зору очікуваного прибутку?

2. Який проект кращий з точки зору меншої різниці ймовірностей прибутку та збитків (більш обережний)?

3. Який проект кращий з точки зору співвідношення змін ймовірностей прибутку і його величини?

4. Який проект кращий з точки зору співвідношення змін ймовірностей збитків і їх величини?

5. Який проект кращий з точки зору співвідношення можливих сум прибутків та збитків?

Розв'язання.

Середньоочікуваний прибуток (математичне сподівання прибутку) дорівнює:

- по першому проекту:  $0,4 \cdot 15 + 0,6 \cdot (-2) = 4,8$  млн у.о.;

- по другому проекту:  $0,5 \cdot 10 + 0,5 \cdot (-8) = 1$  млн у.о.

Отже, з точки зору очікуваного прибутку значно вигіднішим (майже в 5 разів) є перший проект.

1. Для першого проекту різниця у ймовірностях прибутку та збитків складає:  $\frac{0,6-0,4}{0,4} = 0,5$  або 50 %. Для другого проекту ця різниця дорівнює:  $\frac{0,5-0,5}{0,5} = 0$ . Отже,

другий проект є більш обережним.

2. У порівнянні з першим проектом в другому імовірність отримання прибутку зростає на  $\frac{0,5-0,4}{0,4} = 0,25$  або 25 %, у той час, як величина прибутку падає на  $\frac{15-10}{15} = 0,33$  або 33 %.

Оскільки імовірність прибутку в другому проекті в порівнянні з першим зростає значно менше, ніж падає його величина, переважним є перший проект.

3. У порівнянні з першим у другого проекту імовірність отримання збитків зменшується на  $\frac{0,5-0,4}{0,4} = 0,25$  або 25 %, у той час, як величина збитків зростає на  $\frac{8-2}{2} = 3$  або 300 %.

Оскільки імовірність збитків у другому проекті в порівнянні з першим зменшується набагато повільніше, ніж зростає їх величина, значно вигіднішим є перший проект.

4. Для першого проекту співвідношення можливих прибутків та збитків складає 15/2, тобто на 1 млн у.о. можливих збитків припадає 7,5 млн у.о. можливого прибутку.

Для другого проекту це співвідношення складає 10/8, тобто на 1 млн можливих збитків припадає 1,25 млн у.о. можливого прибутку.

Отже, виходячи з співвідношення можливих сум прибутків та збитків, більш вигідним є перший проект.

Під час розв'язування завдання учні стикаються з новими фактами, самостійно відшуковують розв'язок. Це сприяє розвитку пізнавальних здібностей, логічного мислення, самостійності в роботі та виховує у школярів критичне мислення (зокрема, до економічних явищ та подій).

Однак, не за всіх умов задачі розвивають творче мислення. Якщо задача розв'язується за готовим зразком, за шаблоном, то розв'язання її не вимагає від учня самостійного творчого мислення. Діяльність учнів у цьому випадку набуває репродуктивного характеру.

Процес засвоєння знань може проходити і в результаті самостійного пошуку шляхів розв'язування пізнавальної задачі. У даному випадку найбільш важливий пізнавальний аспект полягає в процесі перетворення однієї задачі в іншу, який має значний творчий потенціал. Переформулювання задачі ставить учнів у проблемну ситуацію, яка розв'язується при самостійному пошуку шляхів її розв'язання і передбачає формування в учнів навичок аналізу умов задач, відпрацювання вмінь утримуватись від поспішних та необміркованих дій. У той же самий час переформулювання умови задачі може підказати і різні способи її розв'язання. „Відкриття” нових прийомів при розв'язуванні задачі як за допомогою вчителя, так і самостійно є значним стимулом в утворенні стійкого інтересу та активізації пізнавальної діяльності.

**Висновки та перспективи подальших наукових розвідок.** Розв'язування задач економічного змісту у процесі навчання математики дає можливість мотивувати, активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів та сприяє формуванню у них практичних умінь та навичок (зокрема, формуванню елементів економічної грамотності засобами математики). У більшості випадків здійснення економічної орієнтації відповідного змісту шкільного курсу математики пов'язане з дидактичною трансформацією, яка має місце в системі вправ, на предмет поповнення і зміни в бік збільшення знань про математичні методи, що застосовуються в економіці.

Подальшого дослідження потребують питання формування практичних умінь та навичок розв'язування задач економічного змісту, складання відповідної системи вправ та визначення її ефективності тощо.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Абчук В. А. Экономико-математические методы: элементарная математика и логика. Методы исследования операций / Абчук В. А. – СПб. : Союз, 1999. – 318 с.
2. Гончаренко С. Український педагогічний словник / Гончаренко С. – К. : Либідь. – 376 с.
3. Данилов М. А. Дидактика / М. А. Данилов, В. П. Есипов ; под ред. В. П. Есипова. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1967. – 518 с.
4. Ефремов А. В. Научно-методические основы отбора, структурирования и реализации содержания математического образования в старших классах общеобразовательной школы : автореферат дисс. доктора педагогических наук : спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» / А.В.Ефремов. – Казань, 1995. – 58 с.
5. Іванюта І.Д. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики [Текст] : навчальний посібник / І.Д. Іванюта, В. І. Рибалка, Рудоміно-Дусятська І.А. - К. : Видавничий дім "Слово", 2003. - 272 с.
6. Саранцев Г. И. Упражнения в обучении математике / Г. И.Саранцев // Современные проблемы воспитания ; [сост. Н. С. Антонов, В. А. Гусев]. – М. : Просвещение, 1985. – С. 121-132.
7. Терешин Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики / Терешин Н. А. – М. : Просвещение, 1990. – 96 с.
8. Фридман Л. М. Психолого-дидактические основы обучения математике в школе / Фридман Л. М. – М. : Просвещение, 1983. – 160 с.

#### РЕЗЮМЕ

**Ткач Ю.Н.** Частные аспекты решения задач экономического содержания при обучении математике. В статье рассматриваются отдельные аспекты решения задач экономического содержания при обучении математики, предложено фрагмент разноуровневой системы упражнений к одной из тем курса математики, сделан вывод о том, что решения задач экономического содержания дает возможность мотивировать, активизировать учебно-познавательную деятельность учащихся и способствует формированию у них соответствующих практических умений и навыков. Основными видами задач экономического содержания являются задачи на процентные расчеты, кредитование, кассово-расчетное обслуживание, оптимизацию, финансовую математику и т.д. Правильно построенная система упражнений способствует формированию у учащихся творческого мышления и познавательного интереса, приучает старшеклассников к преодолению посильных трудностей, отрабатывать умение преодолевать их. Помимо своих обычных функций на уроках математики эти задачи являются эффективным средством экономического образования и воспитания учащихся. Поиск новых приемов при решении задач экономического содержания является значительным стимулом в образовании устойчивого интереса и активизации познавательной деятельности учащихся.

**Ключевые слова:** задача экономического содержания, система упражнений, экономическая ориентация, содержание школьного курса математики.

#### SUMMARY

**Yu. Tkach.** Certain aspects of solving the problems of economic content in the process of teaching mathematics. Certain aspects of solving the problems of economic content in the process of teaching mathematics are highlighted in the article, a fragment of the different-leveled system of tasks to one of the mathematics course themes is proposed, a conclusion about the fact that solving the problems of economic content gives the opportunity to motivate, intensify pupils teaching and cognitive activity and makes for the pupils' particular practical skills and habits formation. The main types of problems of economic content are the problems on interest-bearing calculations, crediting, cash-settlement services, optimization, financial mathematics, etc. Properly constructed system of tasks contributes to learners' creative thinking and cognitive interest formation, teaches learners how to overcome feasible difficulties, works off the ability to overcome them. In addition to their ordinary functions in mathematics classes these problems are effective means of economic education and learners' training. The search for new techniques in solving problems of economic content is a significant impetus to stable interest and cognitive learners' activity formation.

**Keywords:** a problem of economic content, a system of tasks, training in mathematics, economic orientation, mathematics school courses content.



УДК 371.134.022.094:51

Л.П. Черкаська  
Полтавський національний педагогічний  
університет імені В.Г. Короленка

## МОЖЛИВОСТІ ТА МЕТОДИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ІНДИВІДУАЛІЗАЦІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

*У статті розглядається проблема індивідуалізації навчання математики в різних типах навчальних закладів. Розкрито основні підходи до визначення структури процесу навчання, виокремлено його основні етапи (цільовий, мотиваційний, змістовий, діяльнісно-операційний, контрольно-оцінний, коректуюче-регулюючий), на кожному з яких проаналізовано можливості та розглянуто методи реалізації індивідуального підходу до учнів і студентів під час опанування ними математики. На основі проведеного аналізу виявлено, що реалізація індивідуального підходу до учнів чи студентів є цілком можливою на всіх етапах процесу навчання. Забезпечення індивідуалізації навчання повинно бути пріоритетним напрямком розбудови сучасної освіти. У висновках зазначень, що, для повноцінної та якісної освіти й розвитку вихованців, основним завданням педагога є створення необхідних умов в навчальному процесі та використання найбільш ефективних дидактичних методів й засобів навчання.*

**Ключові слова:** процес навчання, етапи навчального процесу, індивідуальний підхід, методи навчання, навчально-пізнавальна діяльність, учні та студенти.

**Постановка проблеми.** Проблема створення умов для забезпечення особистісно орієнтованого навчання передбачає насамперед перегляд ролей учасників цього процесу, зміну домінант у діяльності кожного з них. Розробка та запровадження нових підходів до організації навчального процесу є нагальною потребою сьогодення як у вищих, так і в середніх закладах освіти.

Процес навчання передбачає реалізацію цілісної системи взаємопов'язаних і взаємоузгоджених дій учителя та учня, викладача та студента. Учитель, викладач не просто передає знання, не перекладає їх у голови вихованців. В умовах взаємодії вчителя й учня, під впливом активності обох учасників навчального процесу останній оволодіває знаннями, навичками й уміннями, відбувається формування його компетентностей. Ефективність цього процесу значною мірою залежить від ступеня його організованості, цілеспрямованості, керованості. Вирішальна роль в управлінні ним належить учителю чи викладачеві. Керівництво пізнавальною діяльністю учня, студента, у результаті чого він засвоює знання, набуває навичок і вмінь, і є навчанням [3].

**Метою статті** є аналіз можливостей забезпечення індивідуального підходу до учнів та студентів під час опанування ними математики, з'ясування структури навчального процесу та встановлення методів індивідуалізації на кожному з виділених його етапів.

**Аналіз актуальних досліджень.** Аналіз різних моделей процесу навчання дозволив виділити основні підходи до визначення його структури. Так, М.О. Данілов у якості ланки процесу навчання розглядав окрему його складову частину, що характеризується певним видом пізнавальної діяльності [1]. Л.Я. Зоріна, І.Я. Лернер за одиницю процесу навчання пропонують брати дидактичний цикл, що характеризується максимально повною передачею фрагмента змісту освіти, а сам процес навчання розглядати як поступальний рух його дидактичних циклів [2]. Кібернетичний підхід до визначення структури процесу навчання реалізований у роботах Р.А. Хабіба. Він характеризує процес навчання як інформаційний і досліджує його з позиції функціонування та руху навчальної інформації у системі “вчитель – навчальні засоби – учні” [5].

Спільною рисою розглянутих та інших подібних моделей навчально-пізнавального процесу є їх структурна недосконалість, етапна обмеженість, оскільки, беручи до уваги циклічність навчання, останньою, завершальною ланкою циклу часто вважають контроль навчальних досягнень учнів, студентів або їх самоконтроль. Але чи завжди виправданим та

можливим є перехід до нового циклу процесу навчання, якщо результатом перевірки виявлено недоліки і прогалини у підготовці учнів чи студентів?

**Виклад основного матеріалу.** Вважаємо, що структура процесу навчання повинна узгоджуватися з послідовністю етапів управління цим процесом. Найбільш прийнятним та ефективним є циклічне керівництво (на противагу розімкнутому, поступальному тощо), що передбачає наявність зворотного зв'язку і, як необхідний наслідок, регуляцію (корекцію) процесу з боку того, хто здійснює керівництво [4].

На основі аналізу розглянутих планів-структур процесу навчання та зіставлення їх з етапами управління навчанням нами виділено структурні компоненти навчального процесу, дотримання яких у практиці роботи школи, на наш погляд, сприяє забезпеченню неперервності математичної освіти, підвищенню якісного показника знань і вмінь учнів, їх міцності та системності, вихованню в учнів розуміння необхідності свідомого ставлення до засвоєння програмового матеріалу.

В умовах особистісно орієнтованого навчання, реалізація якого не можлива без його гуманізації, рівноправного доступу до якісної освіти, диференціації та навчання, запровадження новітніх технологій, кожному учневі чи студенту мають бути створені такі умови навчання, які б повною мірою сприяли розвитку його особистості, максимально відповідали можливостям, забезпечували реалізацію його індивідуальності. Тому і всі етапи навчального процесу повинні бути орієнтовані на кожного конкретного учня чи студента.

**Таблиця 1**

**Структура і організація процесу навчання**

| Етап                                | Навчаюча діяльність учителя, викладача                                                                                        | Навчально-пізнавальна діяльність учнів, студентів                                                 |
|-------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1.Цільовий</b>                   | Постановка дидактичної мети                                                                                                   | Усвідомлення дидактичної мети                                                                     |
| <b>2.Мотиваційний</b>               | Мотивування вивчення фрагмента навчального матеріалу                                                                          | Усвідомлення мотивації вивчення матеріалу                                                         |
| <b>3.Змістовий</b>                  | Подання фрагмента навчального матеріалу, організація діяльності учнів, студентів з їх залучення до оволодіння новими знаннями | Свідоме сприйняття і засвоєння на можливому рівні навчального матеріалу                           |
| <b>4.Діяльнісно-операційний</b>     | Організація діяльності учнів, студентів із застосування нових знань, набуття нових умінь                                      | Самоорганізація діяльності із застосування нових знань, робота з вироблення нових навичок і вмінь |
| <b>5.Контроль-но-оціночний</b>      | Організація зворотного зв'язку. Оцінювання результатів навчально-пізнавальної діяльності учнів, студентів                     | Самоконтроль, самооцінка результатів навчально-пізнавальної діяльності                            |
| <b>6.Коректувально-регуляційний</b> | Аналіз інформації зворотного зв'язку, вироблення і організація коректувальних дій                                             | Внесення коректив у навчально-пізнавальну діяльність. Виконання коректувальних дій                |

Розглянемо можливості забезпечення індивідуалізації навчання на кожному з етапів навчального процесу та виділимо деякі шляхи її реалізації.

Таблиця 2

*Цільовий етап*

| Тип навчального закладу    | Можливості забезпечення індивідуалізації навчання                                                                                                                     | Методи забезпечення індивідуалізації навчання                                                                                                                         |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Середній навчальний заклад | <ul style="list-style-type: none"> <li>обґрунтування мети вивчення програмового матеріалу</li> </ul>                                                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>деталізація мети з виділенням конкретних завдань</li> </ul>                                                                    |
| Вищий навчальний заклад    | <ul style="list-style-type: none"> <li>обґрунтування мети вивчення програмового матеріалу;</li> <li>орієнтація на майбутню професійну діяльність студентів</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>деталізація мети з виділенням конкретних завдань;</li> <li>розкриття практичної спрямованості навчального матеріалу</li> </ul> |

*Мотиваційний етап*

| Тип навчального закладу    | Можливості забезпечення індивідуалізації навчання                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Методи забезпечення індивідуалізації навчання                                                                                                                                                                        |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Середній навчальний заклад | <ul style="list-style-type: none"> <li>урахування вікових особливостей учнів (домінування, ієрархія мотивів навчально-пізнавальної діяльності учнів);</li> <li>урахування особливостей математичної підготовки учнів класу;</li> <li>урахування диференційованого підходу до вивчення математики (профільна диференціація)</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>використання різних прийомів мотивації (показ практичного значення матеріалу, історичні аспекти, встановлення внутрішньопредметних та міжпредметних зв'язків тощо)</li> </ul> |
| Вищий навчальний заклад    | <ul style="list-style-type: none"> <li>орієнтація на майбутню професійну діяльність студентів;</li> <li>урахування особливостей математичної підготовки студентів</li> </ul>                                                                                                                                                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>використання різних прийомів мотивації (показ практичного значення матеріалу, історичні аспекти, встановлення внутрішньопредметних та міжпредметних зв'язків тощо)</li> </ul> |

*Змістовий етап*

| Тип навчального закладу    | Можливості забезпечення індивідуалізації навчання                                                                                                                                                                         | Методи забезпечення індивідуалізації навчання                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Середній навчальний заклад | <ul style="list-style-type: none"> <li>урахування темпу опанування навчального матеріалу учнями з різними пізнавальними можливостями;</li> <li>використання різних методів навчання;</li> <li>урахування рівня</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>використання групової форми організації навчальної діяльності учнів;</li> <li>поєднання словесних, наочних, практичних методів навчання відповідно до специфіки навчального матеріалу;</li> <li>додаткові пояснення, робота із запобігання помилок</li> </ul> |

|                         |                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                         | математичної підготовки учнів                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Вищий навчальний заклад | <ul style="list-style-type: none"> <li>• використання різних форм і методів навчання (аудиторна робота);</li> <li>• використання різних форм і методів навчання (позааудиторна робота)</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• розкриття змісту програмового матеріалу під час занять різних видів (лекції, семінарські, практик-ні, лабораторні заняття);</li> <li>• обговорення самостійних індивідуальних завдань (студентські наукові роботи, повідомлення, доповіді, реферати тощо)</li> </ul> |

*Діяльнісно-операційний етап*

| Тип навчального закладу    | Можливості забезпечення індивідуалізації навчання                                                                                                                                                                                                              | Методи забезпечення індивідуалізації навчання                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Середній навчальний заклад | <ul style="list-style-type: none"> <li>• урахування рівня математичної підготовки учнів;</li> <li>• урахування рівня засвоєння теоретичного матеріалу теми;</li> <li>• використання різних форм організації навчально-пізнавальної діяльності учнів</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• використання системи рівневих вправ;</li> <li>• використання диференційованих завдань, вправ коректувального характеру;</li> <li>• робота учнів у гомогенних і гетерогенних групах, індивідуальна й фронтальна робота;</li> <li>• використання педагогічних програмних засобів</li> </ul> |
| Вищий навчальний заклад    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• урахування рівня засвоєння студентами теоретичного матеріалу теми;</li> <li>• встановлення та використання внутрішньопрредметних та міжпредметних зв'язків програмового матеріалу теми</li> </ul>                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• використання диференційованих завдань;</li> <li>• завдання, що ілюструють можливості використання теоретичного матеріалу, що вивчається, у стандартних та нестандартних ситуаціях</li> </ul>                                                                                              |

*Контрольно-оціночний етап*

| Тип навчального закладу    | Можливості забезпечення індивідуалізації навчання                                                                                                                                                              | Методи забезпечення індивідуалізації навчання                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Середній навчальний заклад | <ul style="list-style-type: none"> <li>• використання завдань різних рівнів складності;</li> <li>• надання диференційованої допомоги учням;</li> <li>• використання педагогічних програмних засобів</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• використання системи диференційованих завдань;</li> <li>• використання спеціальних матеріалів для контролю та корекції результатів навчання учнів;</li> <li>• використання групової форми організації навчальної діяльності учнів;</li> <li>• використання педагогічних програмних засобів</li> </ul> |

|                         |                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Вищий навчальний заклад | <ul style="list-style-type: none"> <li>• використання завдань різних рівнів складності;</li> <li>• організація самостійної роботи студентів (аудиторна та позааудиторна)</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• використання системи диференційованих завдань;</li> <li>• обговорення індивідуальних завдань, результатів досліджень, рефератів</li> </ul> |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Висновки.** Проведений аналіз виявив, що реалізація індивідуального підходу до учнів чи студентів є цілком можливою на всіх етапах процесу навчання. Завдання педагога – створити всі умови, використати найбільш ефективні дидактичні методи й засоби навчання для повноцінної та якісної освіти й розвитку вихованців. Забезпечення індивідуалізації навчання повинно бути пріоритетним напрямком розбудови сучасної освіти.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Дидактика средней школы. Некоторые проблемы современной дидактики [под ред. М. А. Данилова и М. Н. Скаткина]. – М. : Просвещение, 1975. – 303 с.
2. Зорина Л. Я. Дидактический цикл процесса обучения и его элементы / Л.Я. Зорина // Советская педагогика. – 1983. – № 10. – С. 24-28.
3. Крутецкий В. А. Психология : [учебник] / Крутецкий В. А. – М. : Просвещение, 1986. – 336 с.
4. Ланда Л. Н. Алгоритмизация в обучении / Ланда Л. Н. – М.: Просвещение, 1966. – 128 с.
5. Хабиб Р. А. Организация учебно-познавательной деятельности учащихся (на материале математики) / Хабиб Р. А. – М. : Педагогика, 1979. – 176 с.

#### РЕЗЮМЕ

**Черкасская Л.П. Возможности и методы обеспечения индивидуализации обучения математике.** В статье рассматривается проблема индивидуализации обучения математике в различных типах учебных заведений. Раскрыты основные подходы к определению структуры процесса обучения, выделены его основные этапы (целевой, мотивационный, содержательный, деятельностно-операционный, контрольно-оценочный, корректирующе-регулирующий), на каждом из которых проанализированы возможности и рассмотрены методы реализации индивидуального подхода к ученикам и студентам во время овладения ими математикой. На основе проведенного анализа выявлено, что реализация индивидуального подхода к учащимся или студентам вполне возможна на всех этапах процесса обучения. Обеспечение индивидуализации обучения должно быть приоритетным направлением развития современного образования. В заключении указано, что для полноценного и качественного образования и развития воспитанников, основной задачей педагога является создание необходимых условий в учебном процессе и использования наиболее эффективных дидактических методов и средств обучения.

**Ключевые слова:** процесс обучения, этапы учебного процесса, индивидуальный подход, методы обучения, учебно-познавательная деятельность, учащиеся и студенты.

#### SUMMARY

**L. Cherkas'ka. Possibilities and methods for mathematics teaching individualization maintenance.** The issue of mathematics teaching individualization at various types of educational establishments is considered in the article. The main approaches to defining teaching process structure are revealed, its main stages (objective, motivational, informative, activity-operating, controlling and assessing, regulating) are determined, and on each stage the possibilities are analyzed and the methods of individual approach to pupils or students in the process of mathematics learning are considered. On the basis of the performed analysis an individual approach to pupils or students realization was proved to be possible on all stages of the teaching process. Teaching individualization maintenance should be of top priority in the contemporary education construction. According to the indicated in the conclusions fact that providing learners with full and high quality education and development, educational specialist's main task is to create necessary conditions in the educational process and apply the most effective didactic teaching methods and techniques.

**Keywords:** teaching process, stages of the teaching process, individual approach, teaching methods, teaching and cognitive activity, pupils and students.